

LEGO Mindstorms を用いた回転型倒立振子のモデル化と制御

○小松晃大¹, 木澤悟¹

¹ 秋田工業専門学校

1. 緒言

本研究では, LEGO Mindstorms EV3 を使用して, 回転型倒立振子のモデル化および安定化制御を行った. Fig.1 に製作した回転型倒立振子を示す.

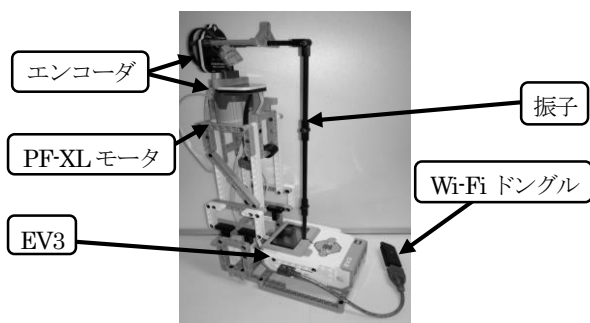


Fig.1 LEGO で製作した回転型倒立振子

2. モデル化

Fig.2 は回転型倒立振子のモデル図である. このモデルに対し, 運動方程式を求めると

$$\theta_1(t) = -a\theta_1(t) - d\operatorname{sgn}\theta_1(t) + bv(t) \quad (1)$$

$$mL_1L_2\cos\theta_2(t)\theta_1(t) + bv(t) = (J + mL_2^2)\theta_1(t)^2\sin\theta_2(t)\cos\theta_2(t) + mgL_2\sin\theta_2(t) - c\theta_2(t) \quad (2)$$

となり, 線形化して状態方程式を求めると

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (3)$$

となる. ただし A および B は以下ようになる.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -\frac{mL_1L_2}{J + mL_2^2} & \frac{mL_1L_2a}{J + mL_2^2} & 0 \\ 0 & -\frac{mL_1L_2}{J + mL_2^2} & -\frac{c}{J + mL_2^2} & -\frac{mgL_2}{J + mL_2^2} \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{b}{J + mL_2^2} \\ -\frac{mL_1L_2b}{J + mL_2^2} \end{bmatrix}$$

$$x(t) = [\theta_1 \quad \theta_2 \quad \dot{\theta}_1 \quad \dot{\theta}_2]^T$$

θ_1 : アームの角度

θ_2 : 振子の角度

L_1 : アームの長さ

L_2 : 振子の重心までの長さ

m : 振子の質量

J : 振子の重心周りのモーメント

c : 振子の粘性摩擦係数

g : 重力加速度

a, b, d : モータやアームの特性から決まる定数

$v(t)$: 駆動回路に加えられる指令電圧

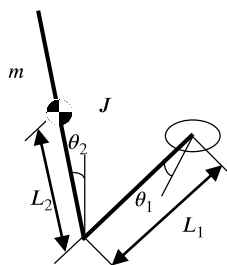


Fig.2 振子モデル

3. 制御手法

制御ソフトは MATLAB/Simulink を使用して, コントローラには最適レギュレータを用いた. アームの収束性や振子の収束性などを考慮した状態量と制御量の評価関数は以下の式になる.

$$J = \int_0^{\infty} (x'(t)Qx(t) + Ru(t)^2) dt$$

4. 安定化制御の設計と実験

重み行列を操作量に掛かる重みを $R=1$ に固定し, 制御量に掛かる重み Q は

$$Q_1 = [300 \quad 50 \quad 1 \quad 1], \quad Q_2 = [50 \quad 300 \quad 1 \quad 1]$$

として比較実験を行った. Fig.3 に Simulink を用いたコントローラのブロック線図を示す. 角度から角速度を導出する場合, 単純に S で微分すればよいが, ノイズの影響を受け易くなるため, 次式の不完全微分器を用いた.

$$G = \frac{s}{1 + Ts}$$

ただし, $T = 0.05$ とした.

倒立した振子に対し, 指で振子に力を加えた時の反応は, 重み Q_1 の場合では, アームに大きな重みが掛かっているため, 振動的に安定化を保持するが, 一方重み Q_2 の場合は, スムーズな振子の安定化を示し, 重み Q は振子側に重みを置いた方が振子の安定化が得られる結果となった.

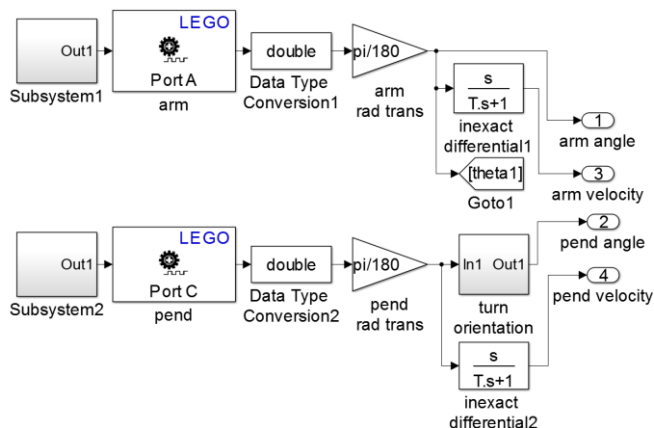


Fig.3 コントローラのブロック線図

参考文献

1) 川田昌克 "MATLAB/Simulink と実機で学ぶ制御工学"

TechShare