

構造系と制御系の同時最適設計

Fundamental Studies on Simultaneous Optimal Design of Structure and Control System

○学 藤原 裕一(秋田高専) 正 木澤 悟 (秋田高専)

Yuichi FUGIWARA, Akita National College of Technology, 1-1, Bunkyo-cho, Iijima, Akita
Satoru KIZAWA, Akita National College of Technology, 1-1, Bunkyo-cho, Iijima, Akita

Key Words: Finite Element Method, Simultaneous Optimization, Active Vibration Cntrl

1. はじめに

近年，制御系を有する機械システム設計に対しより良い制御性能を得るために設計対象の機械的構造まで考慮した，制御系と構造系を同時に最適化する問題について多くの研究がなされている[1][2]．この手法は構造系の設計を終えた後に制御系を設計する方法に比べ最終的に出来上がるシステムの性能上の優位性が期待できる．本論文の目的はどのような構造機構が良い制御性能に結びつくかを検討し考察することである．そこで，構造物の一般性と扱う対象を広げるために制御対象が有限要素法で解析されることを前提にし，さらに制御対象の伝達関数がモード行列の要素で記述されることに着目して，最適な構造変更を行った．また，制御系の設計においては Mcfarlane&Glover[3]によるループ整形法を用い，アクチュエータおよびセンサの最適配置に関する指標にも考慮した．そして，提案した数値アルゴリズムを用いて，簡単な片持ち梁の有限要素モデルに適用し，その有効性を確かめた．

2. 制御対象

本論文で考える制御対象は

$$M\ddot{U} + C\dot{U} + KU = Fu + Wv \quad (1)$$

で表現でき，Fig.2 に示すような簡単な片持ち梁である．また，式(1)を状態方程式で記述すれば次式となる．

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + B_1v + B_2u \\ y = Cx \end{cases} \quad (2)$$

制御対象の外部から節点変位までの伝達関数をモード行列 Φ の要素で記述すると 1 入力 1 出力の場合(3)式となる．

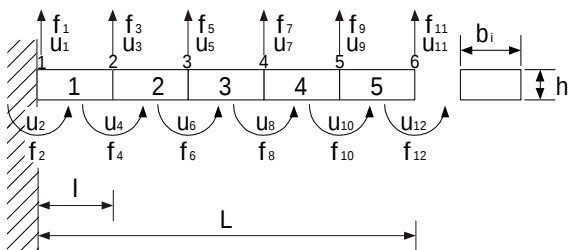


Fig.2 片持ち梁モデル

$$G(s) = \sum_{i=1}^n \frac{c_i b_i}{s^2 + 2\zeta_i w_i s + w_i^2} \quad (3)$$

この式は，有限要素法で解析された片持ち梁の構造物が n 個の弾性モードの線形和で表現されることを示している．

ここに

ζ_i : 減衰比 w_i : 固有振動数

$c_i b_i$: 制御量の評価位置およびセンサ位置に関するモード行列成分

$b_i b_i$: 外乱位置およびアクチュエータ配置に関するモード行列成分

である．

3. 問題の定式化

問題は式(3)の伝達関数の伝達特性を抑制すること，つまり分子の静ゲインを小さくすることにあるので，次のような評価 J_s を考える．添え字の z, d はそれぞれ評価位置，外乱の入力点を示している．

$$J_s = \sum_{i=1}^{2n} c_i(\phi) b_i(\phi) = \phi_{z1} \phi_{d1} + \phi_{z2} \phi_{d2} + \dots + \phi_{z,2n} \phi_{d,2n} \quad (4)$$

伝達関数の分子は比例要素を表しており，分子を小さくするためには評価 J_s を小さくする必要がある．ただし評価 J_s はモード行列 Φ の成分で構成されており， J_s を小さくするようにモード行列 Φ を修正する必要がある．モード行列 Φ は有限要素法により解析された行列を，モード解析することにより得られている．ここではモード行列 Φ を修正するために次の様な感度行列を考える．

$$\left[\frac{\partial J}{\partial \Phi} \right] = \left[\frac{\partial J}{\partial \phi_{z1}} \quad \dots \quad \frac{\partial J}{\partial \phi_{z10}} \quad \frac{\partial J}{\partial \phi_{d1}} \quad \dots \quad \frac{\partial J}{\partial \phi_{d10}} \right] \quad (5)$$

ただし，モード行列に関して，簡単のために物理的な拘束条件を無視して考えることとし，ただ純粋に $c_i b_i$ および $b_i b_i$ を減少させることにする．いま $c_i b_i$ および $b_i b_i$ についての修正量を $\delta \phi$ とすると，評価値 J_s を小さくする修正量は感度関数を用いれば次式で求められる．

$$\left[\frac{\partial J}{\partial \Phi} \right] \{ \delta \phi \}^T = - \{ J_s \} \quad (6)$$

この式に対して最小ノルム解を使った一般化逆行列[4]を適用すれば

$$\{\delta\phi\}^T = \left[\frac{\partial J}{\partial \Phi} \right]^T \left(\left[\frac{\partial J}{\partial \Phi} \right] \left[\frac{\partial J}{\partial \Phi} \right]^T \right)^{-1} (-\{J_s\}) \quad (7)$$

となり，この式により補正ベクトルを計算し次式で評価 J_s を小さくするようにモード関数を更新する．

$$\{\phi\}_{new} = \{\phi\}_{old} + \{\delta\phi\} \quad (8)$$

更新されたモード関数が構造系の設計パラメータとなる．

4．制御則とセンサ／アクチュエータ配置

本研究では制御系に McFarlane & Glover らによって提案されたループ整形設計法を利用することを前提として，センサ／アクチュエータの最適配置を考慮した制御系を構築することを目指した．そのときの指標は次式の伝達関数行列が定義されている．

$$T_{zw} := \begin{bmatrix} I \\ K(s) \end{bmatrix} (I - G(s)K(s))^{-1} \begin{bmatrix} I & P(s) \end{bmatrix} \quad (9)$$

一般的には $T_{zw}(s)$ の H_∞ ノルムの下界を系の性能限界としてこれを評価指標とする．つまり

$$\gamma_{min} := \inf_{K(s)} \|T_{zw}(s)\|_\infty \quad (10)$$

と表わせ，この指標が小さいほど外乱からの感度が低くロバスト性に優れていることを意味している．このことを前提して，逆説的ではあるが次の観点に立つてセンサ／アクチュエータ配置を考えることにする．いま，ある配置における制御入力とあるセンサ配置における制御量の間で考えた場合， γ_{min} の値が大きいほど，モデルの不確かさに対する許容が少ない．しかしながらセンサ／アクチュエータの配置が不可観測，不可制御の場合は感度が悪くなるわけだから，値が小さい程，制振能力は劣化していると考えられる．そこで，センサ／アクチュエータを取り付けるための最適配置の指標は γ_{min} が大きい程アクチュエータの効果が大きいと考えて，式(11)とする．

$$J_{uc} := \max\{\gamma_{min}\} \quad (11)$$

5．計算例

提案した手法を用いて Fig.3 の簡単な片持ち梁の有限要素モデルに適用してみる．数値モデルの物理量は Table.1 に示す．モデルは5要素に分割してある．そのとき，梁の節点6に外乱 v が加わり節点6での振動変位 z を評価するものとする．Fig.4 に評価 J_s と計算繰り返し数の関係を示す．図を見る限りでは20回ではまだ評価関数が減少する可能性があり，収束しているとは言い難い．この原因には，提案したアルゴリズムにおいて物理的な拘束条件が無視されているためと考える．Fig.5 は制御系のない最適化前の開ループ系と制御系のない最適化後の開ループ系の外乱 v から評

価 z までの周波数応答の比較である．図は構造系だけによる比較であるが，最適化後の構造は外乱からの影響を減衰させる効果があることを示している．

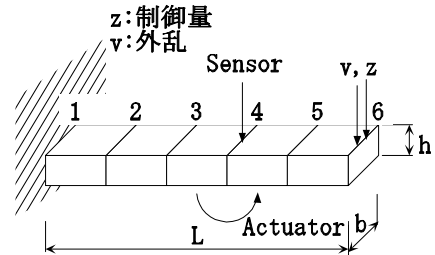


Fig.3 有限要素モデル

Beam length	L	$100 \times 10^{-3}[\text{m}]$
Beam height	h	$0.2 \times 10^{-3}[\text{m}]$
Beam width	b	$10 \times 10^{-3}[\text{m}]$
Density	ρ	$7.08 \times 10^4[\text{kg/m}^3]$
Young's modulus	E	$207 \times 10^9[\text{N/m}^2]$

Table.1 片持ち梁の寸法諸元

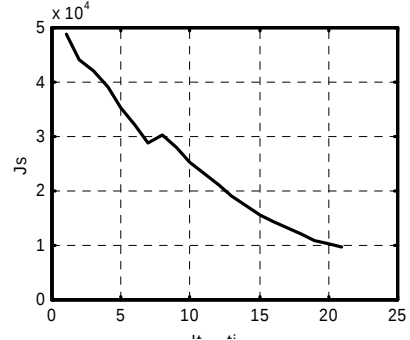


Fig.4 評価値 J_s と計算経過

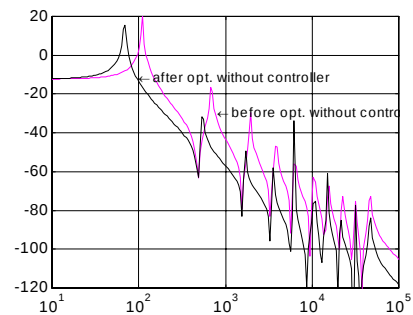


Fig.5 周波数応答

- [1]大日方，構造系と制御系の同時最適設計問題，計測と制御，36 - 4，(1997)，pp.37 - 42
- [2]離，大日方，日本機械学会論文集，62 - 597，C，(1995)，1765 - 1772
- [3]McFarlane,D.C. and Glover,K., Robust Controller Design Using Normalized Coprime Factor Plant Descriptions, C(1990),51-81,Spring-Verlag.
- [4]背戸，光田，日本機械学会論文集，57 - 542，C (1991)，3393 - 3399