

アクチュエータの制約を考慮した構造系と制御系の同時最適化設計

Simultaneous Optimization of Structure and Control Systems Taking Account of Actuator Constrains

○ 学 杉 淵 望 (秋田高専)

正 木 澤 悟 (秋田高専)

Nozomi Sugibuchi, Akita National College of Technology, 1-1, Bunkyo-cho, Iijima, Akita

Satoru Kizawa, Akita National College of Technology, 1-1, Bunkyo-cho, Iijima, Akita

Key Words: Actuator Constraints, Simultaneous Optimal Design of Structural and Control System

1. はじめに

近年、建築構造物は高層化が進みにつれ、建物の固有振動数は低く、構造減衰も少なくなり、風外乱、地震外乱の影響を受けて共振し、住環境の安全性が問題となってきた。この対策としては、免震装置を施工したり、受動的なマス・ダンパ装置を設置することが一般的である。しかしながら、パラメータ変動に対するロバスト性がないため調整値を超えた場合、制振機能を果たさなくなる。そこで、最近では、外部からのエネルギー供給を前提にしたアクティブマス・ダンパ方式による制振対策が実用化されている。制御系を有する構造物の制振設計法に関して、従来の構造物が設計された後に制御系を設計するより、構造系と制御系を同時に最適化する手法の方が優れていることが既に報告[1~2]されている。

本研究では大日方らが提案した統一的制御系設計に基づく同時最適化手法を用いて、構造物の制振設計に応用した。しかしながら、この手法では慣性項の最適化までは考慮されていない。本研究では、慣性項も含めた設計変数の分散型の静的出力フィードバックゲインとして定式化し、最適レギュレータ問題を前提とした統一的な評価関数を導入した。提案した手法を用いて、建築構造物の制振設計問題に適用し、実際の地震外乱を入力し本設計手法の有効性を確かめた。

2. 同時最適化問題の定式化

2.1 モデルの一般的表現

建築構造物を有限要素法によりモデル化をすれば、一般に運動方程式は次式となる。

$$M(p)\ddot{q} + D(p)\dot{q} + K(p)q = L_a u + L_b w \quad (1)$$

ここで、 $M(p)$ 、 $D(p)$ 、 $K(p)$ はそれぞれ、慣性項、粘性項、剛性項であり、 p は構造系の設計変数ベクトル、 q は接点変位ベクトルを表す。また、 u 、 w はそれぞれ制御入力、外乱を表している。構造系の設計変更を

$$M = M_o + B_m \Sigma_m C_m, \quad D = D_o + B_d \Sigma_d C_d \\ K = K_o + B_k \Sigma_k C_k \quad (2)$$

と表し、具体的に構造系の変更量は次式で定義する。

$$\Sigma_m = \text{diag}[\delta m], \quad \Sigma_d = \text{diag}[\delta d]$$

$$\Sigma_k = \text{diag}[\delta k]$$

ここで、状態ベクトル $x = [q^T \quad \dot{q}^T]^T$ とすれば、式(1)は次式の状態方程式に変換できる。

$$E(p)\dot{x} = A(p)x + B_1 w + B_2 u \quad (3)$$

式展開により、式(3)は

$$E_o \dot{x} = A_o x + \begin{bmatrix} -B_e & -B_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Sigma_m & 0 & 0 \\ 0 & \Sigma_k & 0 \\ 0 & 0 & \Sigma_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_e \dot{x} \\ C_a x \end{bmatrix} \\ + B_1 w + B_2 u \quad (4)$$

となる。ここで、

$\Delta = \text{diag}(\Sigma_m, \Sigma_k, \Sigma_d)$ 、 $\varepsilon = [C_e \dot{x} \quad C_a x]^T$ と置き Δ の入出力を $\gamma = \Delta \varepsilon$ と定め、さらに、 $\tilde{x} = [x' \quad \varepsilon']^T$ と置けば

$$\dot{\tilde{x}} = \tilde{A} \tilde{x} + \tilde{B}_{1w} w + \tilde{B}_{2u} u \quad (5)$$

が導かれる。ただし、

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} A_x & B_\gamma \Delta \\ C_\varepsilon & D_{\varepsilon\gamma} \Delta - I \end{bmatrix}, \quad \tilde{B}_{1w} = \begin{bmatrix} B_w \\ D_{\varepsilon w} \end{bmatrix}, \quad \tilde{B}_{2u} = \begin{bmatrix} B_u \\ D_{\varepsilon u} \end{bmatrix}$$

である。また、式(5)は次式に変形できる。

$$\dot{\tilde{x}} = (\tilde{A}_0 + V_A \Sigma_A T_A) \tilde{x} + \tilde{B}_{1w} w + \tilde{B}_{2u} u \quad (6)$$

ただし、

$$\tilde{A}_0 = \begin{bmatrix} A_x & 0 \\ C_\varepsilon & -I \end{bmatrix}, \quad V_A = \begin{bmatrix} 0 & B_\gamma \\ 0 & D_{\varepsilon\gamma} \end{bmatrix}, \quad \Sigma_A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \Delta \end{bmatrix}$$

である。ここで、次の新しい変数を導入する。つまり、

$$y_p = T_A \tilde{x} \quad (7) \quad \tilde{\gamma} = \Sigma_A T_A \tilde{x} \quad (8)$$

とすると式(6)は

$$\dot{\tilde{x}} = \tilde{A}_0 \tilde{x} + V_A \tilde{\gamma} + \tilde{B}_{1w} w + \tilde{B}_{2u} u \quad (9)$$

となる。したがって、式(7)、(8)から $\tilde{\gamma} = \Sigma_A y_p$ と表現す

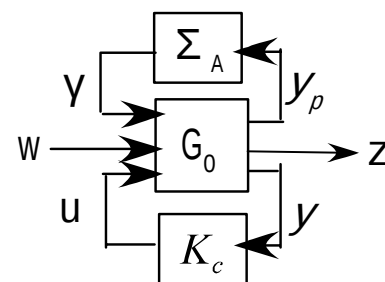


Fig.1 分散型一般化プラント

ることで、構造系の入出力が出力フィードバック則に帰着できる。一方、制御則に関しては最適レギュレータを前提にすれば、

$$u = -K_c y \tag{10}$$

である。式(7)、式(9)、式(10)を LFT 表現すれば Fig.1 となり、構造系の変更パラメータがコントローラのゲインと同一に取り扱えることを示している。

2.2 統一的評価関数の導入

前節では構造系の変更パラメータが制御系のゲインと等価な表現を示すことができた。これは、制御系の枠組みで構造系の設計パラメータが変更可能であることを示しており、そこで、制御系、構造系の評価を統一的に扱う次の評価関数を設定する。

$$\begin{aligned} J &= \int_0^\infty (z_c' W z_c + \tilde{y}' R_s \tilde{y} + u' R_u u) dt \\ &= \int_0^\infty x_c' Q_c x_c dt = trace\{U\} \end{aligned} \tag{11}$$

ただし、 $Q_c = C_c' W C_c + (\Sigma_A T_A)' R_s (\Sigma_A T_A) + K_c' R_u K_c$ 、 R_s は構造系設計パラメータの変化にペナルティーを課す効果がある。また、 U は次式のリアプノフ方程式の解である。

$$A_c' U + U A_c + Q_c = 0 \tag{12}$$

3．建築構造物の設計例

提案した手法の有効性を示すために Fig.2 の 4 階建ての建築構造物の慣性 剛性 粘性と制御系の設計に適用する。地震外乱(Fig.4(a))として、1998 年 9 月に秋田県の田沢湖で観測された地震の N-S 成分を用い最大加速度 1.04m/s² (104gal)を使用した。制御目的は 4 階フロアの制振を目的にし、式(11)の評価値中で考慮されている。また、LQ 問題はアクチュエータの動作能力に対して重み関数により無限の能力を与える事ができるので、ここでは、参考文献[3]を利用し入力分散に拘束を設けることでアクチュエータの能力を拘束することにする。本手法は制約条件付きの非線形計画問題であり、逐次 2 次計画法を MATLAB の Optimization Toolbox[4]を用いて数値的に解く。表 1 に初期値および計算結果を示す。Fig.3 に周波数応答の比較、Fig.4(b)～(d) はそれぞれ 4 階フロアの変位に対する地震応答の比較である。これらの図から構造系も同時に最適化することにより、制御系だけの単体の設計よりも優れた効果を期待できることが分かる。

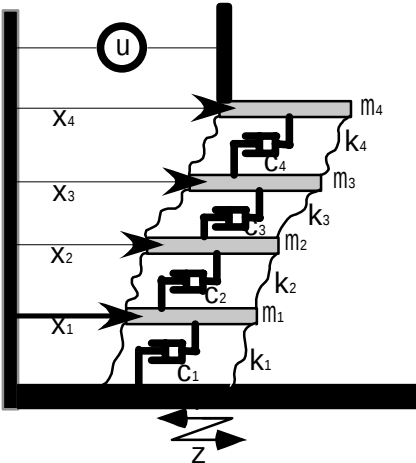


Fig.2 建築構造物モデル

しかしながら、構造系の質量加減や減衰量の付加には構造的に不可能な場合も考えられるので、いろいろな制約条件を加味してこの種の問題は考える必要があり、この件については今後の課題としたい。

表 1 構造系の設計パラメータ

	m_1 [Kg]	m_2 [Kg]	m_3 [Kg]	m_4 [Kg]
Initial	1.5	1.5	1.5	1.5
Optimal	1.2	1.125	1.125	1.125

	k_1 [N/m]	k_2 [N/m]	k_3 [N/m]	k_4 [N/m]
Initial	2600	2600	2600	2600
Optimal	2627	2421	2650	2668

	C_1 [N/m]	C_2 [N/m]	C_3 [N/m]	C_4 [N/m]
Initial	0.1	0.1	0.1	0.1
Optimal	0.102	0.105	0.105	0.105

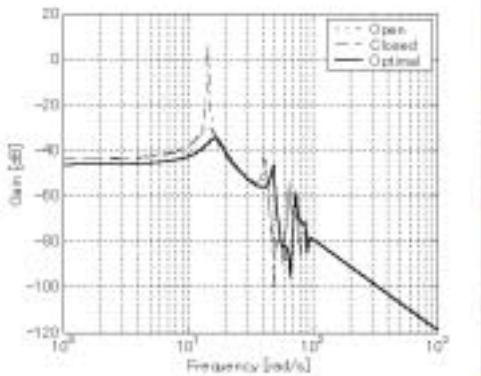


Fig.3 周波数応答 (4 階での変位の比較)

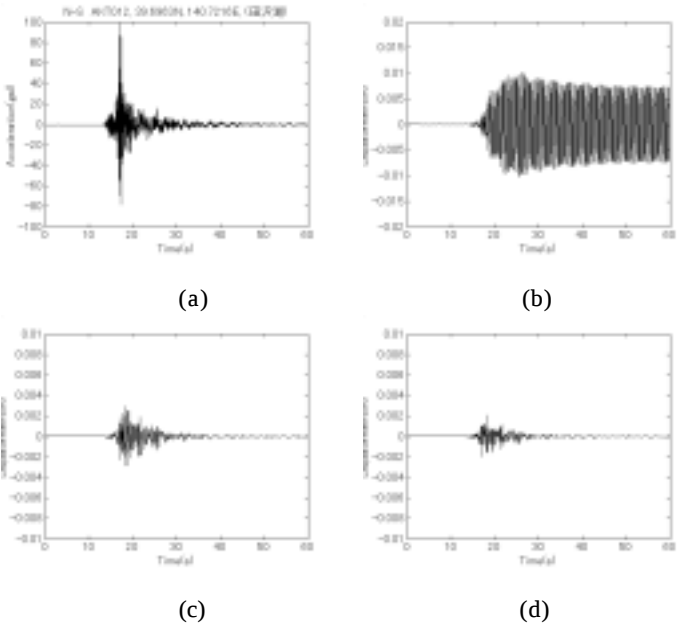


Fig.4 地震応答

参考文献

(1)安達，坂本，岩壺，機論，66-644, C(2000), 1146.
(2)大日方，計測と制御，36-4,(1997), 254.
(3)木澤，大日方，機講論，No. 940-26(I) ,(1994),359.
(4)A.Grace, Optimization Toolbox Use's Guide, (1992), The Math Works,Inc.