

GA による平板構造物におけるセンサ/アクチュエータの最適配置

Optimal Placement of Sensors/Actuators in Flat Plate Using Genetic Algorithm

学 小笠原 悠 (秋田高専)

正 木澤 悟 (秋田高専)

Yutaka OGASAWARA, Akita National College of Technology, 1-1, Bunkyo-cho, Iijima, Akita

Satoru KIZAWA, Akita National College of Technology, 1-1, Bunkyo-cho, Iijima, Akita

Key Words : Active Vibration Control, Integrated Design, Modal Analysis, LQG/LTR Method, Genetic Algorithm

1. 緒言

近年,多くの構造物の高層化や機械の高性能化が進んでいる.しかしながら軽量化をすると弾性振動が問題となってくるため,アクティブな制振制御が重要になってくる.特に,アクティブな制振制御を行う場合,センサ/アクチュエータの配置は制振性能に関わる問題である.従来の制御系を有する構造物の制振設計法は,構造系が設計されたあとに制御系を設計する 2step 設計法である.それに対し,提案する手法は「制御しやすいシステムとは」という観点に立ち,制振制御を目的にコントローラの設計とセンサ/アクチュエータの配置を統合的に最適設計する手法である.本研究では提案した手法を用い,片持ち平板構造物を制御対象として,制振制御に有効なコントローラの設計とセンサ/アクチュエータの配置についての検討を行った.

2. 問題の定式化とアルゴリズム

本論文の問題設定は Fig.1 の平板構造物の制振制御において,評価点における Z 方向の変位に関する 2 次形式評価関数 J_z を小さくするような,コントローラの設計と各々3つのセンサ/アクチュエータの最適配置を遺伝的アルゴリズム (Genetic Algorithm : GA) によって決定することである.

2.1 平板構造物のモデル化

本研究では有限要素法 (以下 FEM) 解析ソフト FEMLAB^[1]を用いて制御対象である平板構造物のモデル化を行った. S_i ($i=1\sim3$) は変位センサの位置, A_i ($i=1\sim3$) は圧電アクチュエータの位置を示す.また, d は外乱, z は評価したい位置を示す.ここで,センサは黒丸の節点の位置に配置されていると想定し,アクチュエータは1枚分のセルの大きさで,エッジにおけるモーメント制御が可能であると,配置はセンサの場合と同様に節点が配置位置を示している.平板構造物の運動方程式は

$$M\ddot{U} + C\dot{U} + KU = D_d d + D_u u \quad (1)$$

で表すことができる.固有モード行列 を用いて式(1)の座

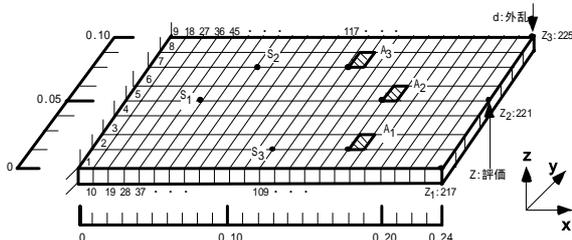


Fig.1 Flat Plate Model

標変換を行い,状態方程式に変換すると

$$\begin{cases} \dot{x}_p = A_p x_p + B_d d + B_u u_p \\ y_p = C_p x_p \end{cases} \quad (2)$$

となる.ここで,

$$\begin{aligned} x_p &= [q_1 \ \dots \ q_n \ | \ \dot{q}_1 \ \dots \ \dot{q}_n]^T & u_p &= u \\ A_p &= \left[\begin{array}{c|c} 0 & I \\ -diag[\omega_i^2] & -2\zeta_i \omega_i \end{array} \right] & B_d &= \begin{bmatrix} 0 \\ \Phi^T D_d \end{bmatrix} \\ B_u &= \begin{bmatrix} 0 \\ \Phi^T D_u \end{bmatrix} & C_p &= [C\Phi \ | \ 0] \end{aligned}$$

となる.ただし, FEMLAB はモード座標系に変換することができないので, Rayleigh 減衰を考慮し,モード座標系に変換するプログラムを MATLAB^[2]により作成した.

2.2 コントローラの設計

一般に全ての状態量を検出することは不可能であるから,検出可能な物理量は平板に取り付けられたセンサ変位のみとし,コントローラには LQG コントローラを用いた.制御方式はモーメント制御であり,コントローラの状態方程式は

$$\begin{cases} \dot{x}_k = A_k x_k + B_k y_p \\ u_k = C_k x_k \end{cases} \quad (3)$$

となる.ただし

$$A_k = A_p - HC_p - B_u K \quad B_k = H \quad C_k = -K$$

である.カルマンフィルタゲイン H は

$$H = SC_p^T \quad (4)$$

となる. S は次式のリカッチ方程式

$$SA_p + A_p^T S - SC_p^T C_p S + q^2 B_u B_u^T = 0 \quad (5)$$

の正定対称解である.また, q はスカラーパラメータである.この場合の最適制御系は LQG/LTR 法^[3]と呼ばれていて q

により最適レギュレータに漸近させることができる.これにより式(2)と式(3)の拡大系は

$$\begin{cases} \dot{x}_G = A_G x_G + B_G d \\ y_G = C_G x_G \end{cases} \quad (6)$$

となる.ここで,

$$y_G = y_p$$

$$x_G = \begin{bmatrix} x_p^T \\ x_k^T \end{bmatrix} \quad A_G = \begin{bmatrix} A_p & B_u C_k \\ B_k C_p & A_k \end{bmatrix} \quad B_G = \begin{bmatrix} B_c \\ 0 \end{bmatrix} \quad C_G = \begin{bmatrix} C_p \\ 0 \end{bmatrix}^T$$

である。

2.3 遺伝的アルゴリズムと評価値の計算

本研究では最適化アルゴリズムとして、遺伝的アルゴリズム^[4] (Genetic Algorithm: 以下 GA) を用いてセンサ/アクチュエータ配置の最適化を行った。淘汰・増殖, 交叉, 突然変異などの計算を行い, 環境に対して最も適応した個体, すなわち目的関数に対して最適解を与えるような解を計算機上で求めようというのが GA の概念である。設計パラメータにはセンサ/アクチュエータの配置座標 (x,y) を利用した。

次に評価値の計算には H_2 ノルムを用いた。 H_2 ノルムは時間領域での評価であり, システム表現が

$$G(s) = C_G (sI - A_G)^{-1} B_G + D_G \quad (7)$$

で与えられた場合, 評価値は

$$J_Z = \|G(s)\|_2 = \sqrt{\text{trace}\{B_G^T L_0 B_G\}} \quad (\text{ただし } D_G = 0) \quad (8)$$

で求めることができる。ただし, L_0 はリアプノブ方程式

$$A_G L_C + L_C A_G^T + B_G B_G^T = 0 \quad (9)$$

の解である。なお, 3 点評価の場合は式(8)を用いて 3 つの J_Z の総和を求めることになる。

3. 数値例

提案した手法を用いて Fig.1 の片側固定の平板構造物モデルに適用する。材料は構造用鋼を利用することを想定している。外乱入力 d の位置は座標 $(x,y)=(0.24,0.10)$ とした。また, 評価関数は次の 2 つのケースを考えた。

Case1: 平板の先端中央部分の節点座標 $Z_2 : (x,y)=(0.24,0.05)$ における評価値 J_Z

Case2: 平板の先端部分の節点座標 $Z_1 : (x,y)=(0.24,0.00)$, $Z_2 : (x,y)=(0.24,0.05)$, $Z_3 : (x,y)=(0.24,0.10)$ における評価値 J_Z の総和

これは, 評価関数の相違により結果に違いが出るかを考察するためである。そして外乱 d の配置に対する Case1 と Case2 の 2 通りの評価についての制振効果を調べた。GA の設定においては, 個体数 10, 交叉率 0.2, 変異率 0.03 で計算した。その結果, 3 つのセンサと 3 つのアクチュエータの初期配置と最適配置された Case1 と Case2 の場合について Table 1 に示す。Point 欄は, センサの場合は FEMLAB における節点の番号, アクチュエータの場合はエッジを含んだ節点の番号を表している。Fig.2 は最適化により得られたセンサ/アクチュエータの配置を FEMLAB で求めた 1 次のモード形に配置したものであり, (a) は Case1, (b) は Case2 の場合である。この図より変位量の大きい先端付近にセンサが配置され, 変位情報を得る上でも有効であると考えられる。また, 曲げによる変形が大きい根元付近にアクチュエータが 1 つ配置され, 曲げを抑制するための最適な配置であると考えられる。

次に, 評価点 Z_2 以外の閉ループ伝達特性を調べるために外乱 d から評価点 $Z_1 \sim Z_3$ までの閉ループ伝達特性を調べた。Fig.3 (a) および (b) は, 外乱入力 d から評価端点 Z_2 までの閉ループ伝達特性で, 最適化前と最適化後の比較である。Fig.3 (c) および (d) は, 外乱入力 d から評価端点 Z_3 までの閉

Table.1 Optimal Location of Sensors and Actuators (Case 1)

	Initial			Optimal (Case1)			Optimal (Case2)			
	No.	1	2	3	1	2	3	1	2	3
Sensor	X	0.1200	0.1200	0.1200	0.2400	0.2400	0.1200	0.2400	0.0900	0.1800
	Y	0.0250	0.0500	0.0750	0.0250	0.0375	0.0375	0.0250	0.0500	0.0750
	Point	111	113	115	219	220	112	101	221	108
Actuator	No.	1	2	3	1	2	3	1	2	3
	X	0.1700	0.1700	0.1700	0.1700	0.0400	0.1200	0.0400	0.1300	0.0800
	Y	0.0125	0.0375	0.0750	0.0125	0.0875	0.0875	0.0875	0.0000	0.0875
Point	155	157	160	155	44	116	82	80	147	

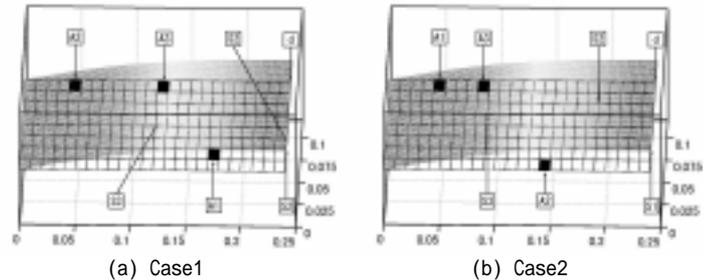


Fig.2 Optimal Placement (1st Mode)

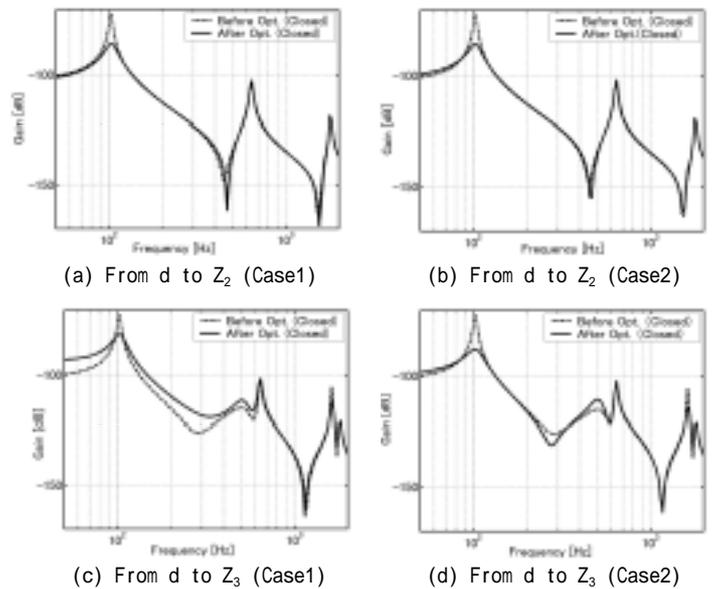


Fig.3 Bode Plot

ループ伝達特性で, 同様の比較を表している。その結果, Case2 の場合は Case1 に比べ 3 点全ての評価値を考慮しているため, 曲げおよびねじりモードに対して伝達特性が改善されていることが分かった。

4. 結言

本研究で得られた結果をまとめると以下のようになる。

- (1) 提案した GA を用いた計算アルゴリズム中の評価関数は制振目的を検討して設定する必要がある。
- (2) センサの配置場所はたわみ量の多い場所に配置し, アクチュエータは曲げによる変形が大きい固定端付近や腹の部分に配置するのが望ましい。

参考文献

- [1] FEMLAB Structural Mechanics Module, COMSOL AB. (2002)
- [2] Using MATLAB, The Math Works Inc. (1999)
- [3] 佐伯, LTR 法とその倒立振り子への適用, システム/情報/制御, 35-5 (1991), pp.260-267
- [4] 安居院猛・長尾智春, ジェネティックアルゴリズム, 昭光堂 (1999)