

エネルギー法を利用した回転型倒立振子の振り上げ制御

Swing-Up Control of Inverted Pendulum Using Energy Method

○学 奈良 森紹 (秋田高専)

正 木澤 悟 (秋田高専)

Moritsugu NARA, Akita National College of Technology, 1-1, Bunkyo-cho, Iijima, Akita

Satoru KIZAWA, Akita National College of Technology, 1-1, Bunkyo-cho, Iijima, Akita

Key Words : Swing-Up Control, Energy Method, LQG/LTR Control, Rotary Inverted Pendulum

1. 緒言

劣駆動システム^{1),2)}は、アクチュエータの数が関節の数より少ないことにより、ロボットの軽量化、コストダウンがはかられ、システムの簡素化のメリットが挙げられる。しかしながらその反面、非線形性を有し、モデルベースに基づく現代制御理論が直接利用できないなど、数多くの課題を有する難しい制御問題である。

本研究では、劣駆動システムの一例であるアームと振子から構成される回転型倒立振子を製作し、振子を振り上げることで振子を真上状態に倒立させる安定化制御を目的とした。また、提案する制御手法は、制御領域を2つのステップにわけ、第1ステップは力学的エネルギーに着目し、振り上げ制御により安定化領域まで振子を漸近させ、次の第2ステップにおいては制御則を切り換えてLQG制御を用いて、振子の安定化制御を行うものである。なお、本研究は実機をベースにモデル化しているが、制御手法を検証するためにMatlab/Simulinkを用いてシミュレーションを行い、提案した制御手法の有効性について検討した。

2. 回転型倒立振子のモデル化

本研究で製作した回転型倒立振子をモデル化した図をFig.1に示す。

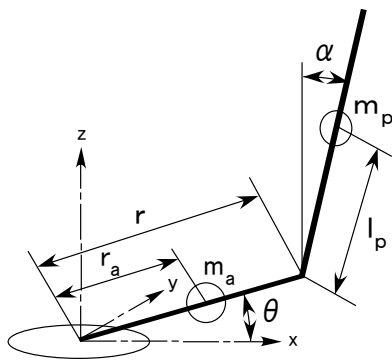


Fig.1 Model of Rotary Inverted Pendulum

システムは回転アームと振子から構成され、モータの動特性を含めた非線形な運動方程式は次式となる。

$$\begin{bmatrix} m_{d11} & m_{d12} \\ m_{d21} & m_{d22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{\alpha} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} h_{d1} \\ h_{d2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} g_{d1} \\ g_{d2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ C_p \dot{\alpha} \end{bmatrix} \quad (1)$$

ただし、

$$\begin{aligned} m_{d11} &= J_b + m_p r^2 + m_p l_p^2 \sin^2 \alpha + J_m n^2 & m_{d12} &= m_p r l_p \cos \alpha \\ m_{d21} &= m_p r l_p \cos \alpha & m_{d22} &= m_p l_p^2 + I_p \\ h_{d1} &= \{ m_p l_p^2 \ddot{\alpha} \sin 2\alpha \} \dot{\theta} - \{ m_p r l_p \dot{\alpha} \sin \alpha \} \ddot{\alpha} \end{aligned}$$

$h_{d2} = \{ -m_p l_p^2 \dot{\theta} \sin \alpha \cos \alpha \} \dot{\theta}$
 $g_{d1} = 0$ $g_{d2} = -m_p g l_p \sin \alpha$
 である。また、式(1)を線形化した場合の状態方程式は次のように導出される。

$$\begin{cases} \dot{x}_p = A_p x_p + B_p u \\ y_p = C_p x_p \end{cases} \quad (2)$$

ただし、

$$A_p = \begin{bmatrix} 0 & I \\ E^{-1} A_2 & E^{-1} A_1 \end{bmatrix} \quad B_p = \begin{bmatrix} 0 \\ E^{-1} B \end{bmatrix} \quad C_p = \begin{bmatrix} I & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$E = \begin{bmatrix} J_b + m_p r^2 + J_m n^2 & m_p r l_p \\ m_p r l_p & I_p + m_p l_p^2 \end{bmatrix} \quad x_p = [\theta \quad \alpha \quad \dot{\theta} \quad \dot{\alpha}]^T$$

である。

3. 制御系の設計

制御目的は振子が真下にぶら下がった状態から、振子の振り上げを行い、振子を真上で倒立した状態で安定することが目的である。そこで本研究では振子の可動領域をFig.2に示すように、振り上げ領域と安定化領域の2つに分け、振り上げ領域ではエネルギー法に基づく振り上げ制御を、安定化領域ではモデルを線形化できるのでLQGコントローラを用いた安定化制御を行う2ステップのコントローラを構築する。このときの制御則は振り上げ領域と安定化領域を振り角度 α で境界を定義し、それぞれ次の範囲とする。

$$\text{STEP1 振り上げ制御: } \alpha < -\frac{\pi}{6}, \quad \alpha > \frac{\pi}{6}$$

$$\text{STEP2 安定化制御: } -\frac{\pi}{6} \leq \alpha \leq \frac{\pi}{6}$$

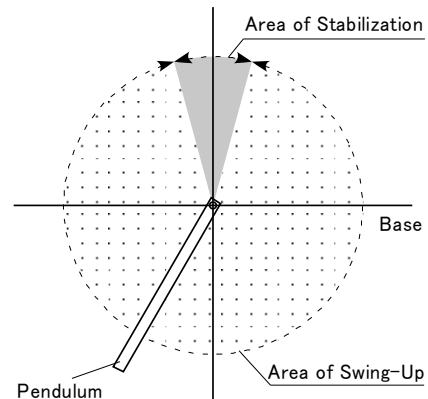


Fig.2 Control Area of Pendulum

3.1 STEP1 エネルギー法に基づく振り上げ制御

振り上げ領域の制御則は、回転型倒立振子のシステム全体の力学的エネルギーが常に増大するような制御入力を与え続けるような手法を考える。まず、システム全体の力学的エネルギー E （運動エネルギー T 、位置エネルギー U ）を示す。

$$E(\theta, \alpha, \dot{\theta}, \dot{\alpha}) = T(\theta, \alpha, \dot{\theta}, \dot{\alpha}) + U(\alpha) \quad (3)$$

この制御は現在の持つ力学的エネルギーよりも次のステップの持つ力学的エネルギーが増大することで、位置エネルギーあるいは運動エネルギーを増大させ、振子を真上に漸近させるねらいである。この目的を達成させるためには常にエネルギーを増大し続ける必要があるため、次式の条件を満たす必要がある。

$$\dot{E}(\theta, \alpha, \dot{\theta}, \dot{\alpha}) = u_i \dot{\theta} - C_p \dot{\alpha}^2 \geq 0 \quad (4)$$

つまり式(4)は、エネルギー関数である式(3)が単調増加関数であることを示し、式(4)を満たす制御入力 u_i を常に与え続けられれば常にエネルギーを増大し続けることが可能となる。

3.2 STEP2 安定化制御

式(2)で与えられるシステムに対して、制御則に LQG コントローラを用いる。コントローラの状態方程式は次式となる。

$$\begin{cases} \dot{x}_k = A_k x_k + B_k y \\ u_k = C_k x_k \end{cases} \quad (5)$$

ただし、 $A_k = A - HC - BK$ 、 $B_k = B$ 、 $C_k = -K$ である。カルマンフィルタゲインは

$$H = SC' \quad (6)$$

となる。 S は次式のリッカチ方程式の正定対称解である。

$$SA + A^T S - SC^T CS + q^2 BB^T = 0 \quad (7)$$

また q はスカラーパラメータである。この場合の最適制御系は LQG/LTR¹⁾法と呼ばれ $q \rightarrow \infty$ により LQ コントローラに漸近させることができる。

4. シミュレーション結果

提案した制御手法の有効性を検証するため、実機のパラメータを用いてシミュレーションを行った。シミュレーションのプログラムとして Matlab/Simulink を用いた。プログラムの構成は STEP1 の振り上げ領域においては Matlab のみで構成し、STEP2 の安定化領域では、Matlab と Simulink をリンクさせて計算を行った。またシミュレーションではアームのスウィング範囲を $-90^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ として、この領域を出た場合は強制的に反対方向へスウィングさせた。

次に「 $\dot{E} > 0$ であれば $E(\theta, \alpha, \dot{\theta}, \dot{\alpha})$ の傾きが常に正、つまりエネルギーを単調増加させることが可能」なので、 $\dot{E} > 0$ が成り立っているのかどうか、そしてエネルギーを単調増加させることができているかを検討する。Fig.4 にエネルギーを時間微分した $\dot{E}$ の時間応答を示す。Fig.4 より、 $\dot{E} > 0$ を満たしていることがわかる。そして、システム全体のエネルギー E はほぼ単調増加を示しているといえる。グラフ中の落ち込んでいる部分は、本研究ではアームスウィング角度の可動領域を $-90^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ と制限したためだと考えられる。これは制限したアーム角度を超えないようにするために、強制的に反対側へアームをスウィングさせているため、このとき一瞬力学的エネルギーが落ち込むと考えられる。

次にアーム角度 α についての初期状態から倒立した過程までの時間応答を Fig.5 に示す。STEP1 から STEP2 へ移行する瞬間に、振子は逆応答をしてスムーズな挙動が行われなかった。これは、制御則が急に切り換わってしまったことが原因と考えられる。この問題点を克服するには、STEP1

と STEP2 の間に非線形なシステムに有効であると考えられている制御手法を用いることが考えられる。例えば、スライディングモード制御を利用すれば安定化領域に移行するとき、アームや振子の角速度をゼロ近傍に近づけることにより、運動エネルギーを減少させスムーズな切り換えが可能になると考えられる。

以上のことからシミュレーション上では、初期状態から最終目標値で安定させることが可能となり、今回提案した 2 ステップの制御則は有効であったと考えられる。しかしながら、実機に応用した場合、制御則の切り換え時が問題になる可能性がある。

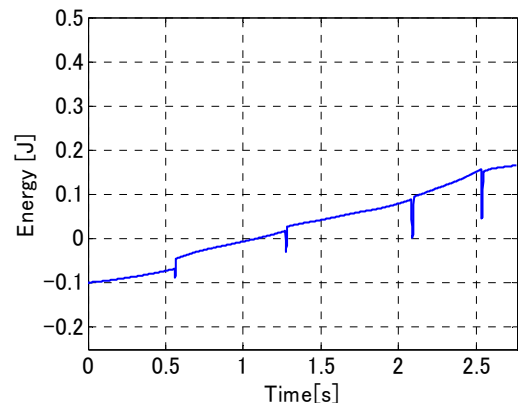


Fig.4 Simulation of $\dot{E}$

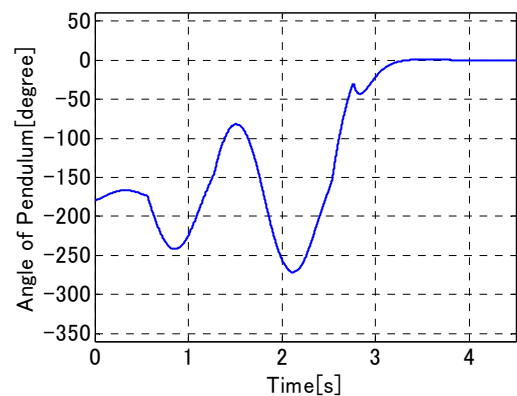


Fig.5 Simulation of Pendulum Angle α

5. 結 言

システムの非線形領域と線形化可能領域に分割し、それぞれの領域に対して「STEP1:エネルギー法による振り上げ制御」と「STEP2:LQG 制御理論を用いた安定化制御」を行う 2 ステップ制御を提案した。その結果、提案した制御手法は振子の振り上げ制御および安定化制御に有効であることが確かめられた。

参考文献

- 1) 美多 勉, 非線形制御入門-劣駆動ロボットの技能制御理論, 昭晃社, (2000)
- 2) Spong, M. "The Swingup Control Problem for the Acrobot", IEEE Control Systems Magazine, Vol. 15, No. 1, pp. 49-55, Feb. 1995.