

アクロボットの振り上げと安定化制御

Swing up and Stabilization Control of The Acrobot

○学 大川 泰典 (秋田高専)

正 木澤 悟 (秋田高専)

Yasunori OKAWA, Akita National College of Technology, 1-1, Bunkyo-cho, Iijima, Akita

Satoru KIZAWA, Akita National College of Technology, 1-1, Bunkyo-cho, Iijima, Akita

Key Words : PD Control, Acrobat Robot, LQG/LTR Control, Underactuated System, Partial lineavization

1. 緒言

近年、関節数の数より少ないアクチュエータを持つ劣駆動システムの研究が挑戦的な課題として取り上げられている。これはシステムの非線形特性と劣駆動性モデルの線形化が難しいことに起因しているが、軽量化、コスト低減の側面から宇宙ロボットの応用等が期待されている。本研究では、2リンクの劣駆動ロボット (Acrobot) を製作し、シミュレーションによる制御則の検証を行い、さらに実機を用いた制御則の検証を行った。

2. システムのモデル化

本研究で製作したアクロボットをモデル化した図を Fig.1 に示す。第1関節は受動関節、第2関節はモータが取り付けられた能動関節であり、リンク1を振り上げて、リンク1を倒立させることを目的とする。

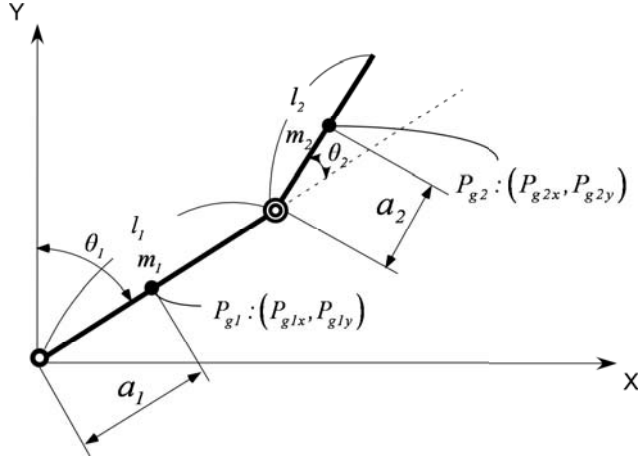


Fig.1 Model of Acrobot

モータの動特性を含めたアクロボットの非線形な運動方程式は以下となる。

$$\begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{K_T n}{R_a} V \end{bmatrix} \quad (1)$$

ここで、 R_a : 直流抵抗 (アマチュア抵抗), K_E : モータ誘起電圧, K_T : トルク定数, V : モータ端子電圧, n : ギヤ比, I_A : モータの慣性モーメントである。また、

$$\begin{aligned} d_{11} &= \alpha + \gamma + 2\beta \cos \theta_2 & d_{22} &= \gamma + I_A n^2 \\ d_{12} &= \gamma + \beta \cos \theta_2 & d_{21} &= \gamma + \beta \cos \theta_2 \\ \alpha &= I_1 + m_1 a_1^2 + m_2 l_1^2 & \beta &= m_2 l_1 a_2 \end{aligned}$$

$$\gamma = I_2 + m_2 a_2^2 \quad k_2 = m_2 g a_2 \quad k_1 = (m_1 a_1 + m_2 l_1) g$$

$$P_1 = -\beta (2\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \dot{\theta}_2 \sin \theta_2 - \{k_1 \sin \theta_1 + k_2 \sin (\theta_1 + \theta_2)\} + c_1 \dot{\theta}_1$$

$$P_2 = \beta \dot{\theta}_1^2 \sin \theta_2 - k_2 \sin (\theta_1 + \theta_2) + c_2 \dot{\theta}_2 + \frac{K_T K_E n^2}{R_a} \dot{\theta}_2$$

である。また、この式を線形化し状態方程式を導出すると

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (2)$$

となる。ただし、

$$A = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -(k_1 + k_2) & -k_2 \\ -k_2 & -k_2 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{K_T n}{R_a} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad x = \begin{bmatrix} \theta_1 & \theta_2 & \dot{\theta}_1 & \dot{\theta}_2 \end{bmatrix}^T$$

$$u = V$$

3. 制御系の設計

本研究では制御領域を Fig.2 に示すように、振り上げ領域 (STEP1) と安定化領域 (STEP2) に分割し、振り上げ領域では PD 制御を用いた振り上げ制御、安定化領域ではモデルを線形近似できるので、LQG コントローラを用いた安定化制御との2ステップの制御を行うことにした。制御の切換えポイントは、リンク1の角度 θ_1 の位置により決定し、実験を行うことで調整する。

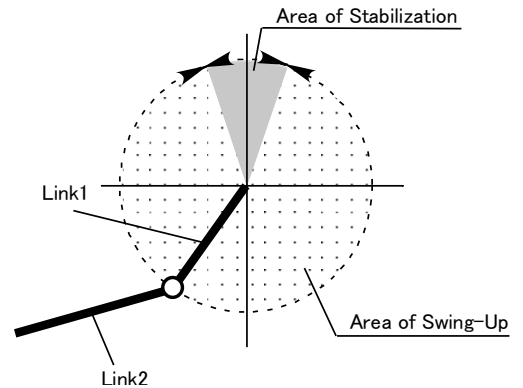


Fig.2 Control Area of Acrobot

3・1 STEP1 PD 制御による振り上げ制御

この領域ではシステムが非線形なため、線形コントローラが利用できない。そこで、リンク 1 を部分線形化^{(1)~(3)}した PD 制御による振り上げ制御を行う。制御則の設計手順は、いま、 θ_1 を制御したいのであるから、 $\theta_1 - V$ 間の関係を部分線形化することを考える。そこで式(1)の第一行目から

$$\ddot{\theta}_1 = \frac{-d_{22}p_1 + d_{12}p_2}{d_{11}d_{22} - d_{12}^2} + \frac{-d_{12}}{d_{11}d_{22} - d_{12}^2} \frac{K_T n}{R_a} V \quad (3)$$

の関係が得られる。また

$$\ddot{\theta}_1 = U \quad (4)$$

と置き、部分線形化を達成する新たな制御入力 U は式(3)、式(4)から

$$V = \frac{d_{22}p_1 - d_{12}p_2}{d_{12}} \frac{R_a}{k_T n} + \left(d_{12} - \frac{d_{11}d_{22}}{d_{12}} \right) \frac{R_a}{k_T n} U \quad (5)$$

となる。このときの制御則は θ_1 を π に漸近させるために

$$U = -f_1(\theta_1 - \pi) - f_2\dot{\theta}_1 \quad (6)$$

の PD 制御を行う。本来この制御則は理論上、第 2 リンクは Zero Dynamics に従った運動をするが、実機上は難しい。

3・2 STEP2 安定化制御

θ_1 , θ_2 の角度が小さい STEP2 の領域では、システムが線形化可能なので、式(1)で与えられるシステムに対して、制御則に LQG コントローラを用いる。コントローラの状態方程式は次式となる。

$$\begin{cases} \dot{x}_k = A_k x_k + B_k u \\ u_k = C_k x_k \end{cases} \quad (7)$$

ただし、 $A_k = A - HC - BK$ $B_k = H$ $C_k = -K$ である。K はフィードバックゲイン、H はカルマンフィルタゲインであり、次式で求められる。

$$H = SC^T \quad (8)$$

ここで、S は次式のリッカチ方程式の正定対称解である。

$$SA + A^T S - SC^T CS + q^2 BB^T = 0 \quad (9)$$

また q はスカラーパラメータである。この場合の最適制御系は LQG/LTR 法と呼ばれ $q \rightarrow \infty$ により LQ コントローラに漸近させることができる。

4. 実験結果

提案した制御則を実機に応用して実験を行った。本研究では、MATLAB/Simulink で制御則を設計し、Quanser 製の Multiq-PCI を用いて実験を行った。以下に制御則の設計パラメータを示す。

PD ゲイン : $f_1 = 0.6$, $f_2 = 1.8$

重み関数 : $Q = \text{diag}(21, 10, 6.5, 3)$ $R = (0.01)$ $q = 2 \times 10^3$

また、STEP1 から STEP2 への切換え条件は、 $\theta_1 = 150^\circ$ とした。Fig.3 にモータへの印加電圧を示す。STEP2 への切換え直前に電圧 V が 0 [V] になっているが、これは STEP2 へ突入する際のリンク 1 の角速度を下げて運動エネルギーを減じる効果を持たせるためである。つまり、切換えの際、リンクの慣性力に LQG 制御のロバスト性だけでは耐えられないと考えられる。したがって、電圧印加停止条件は、 $\theta_1 = 90^\circ$ とした。また、電圧が ± 24 V で飽和しているのは、モータの定格電圧のためである。Fig.4 はリンク 1 の角度 θ_1

の時間応答である。リンク 1 ははじめ、リンク 2 の回転方向とは逆の応答を示すが、最終的にリンク 2 のスウィングの反動により真上状態に倒立していることがわかる。

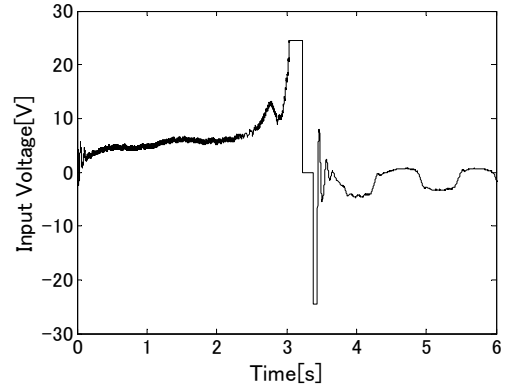


Fig.3 Input Voltage

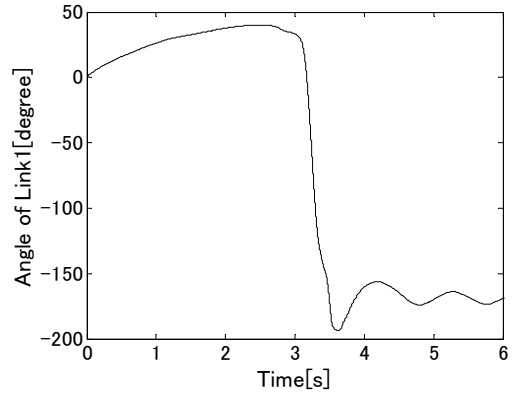


Fig.4 Angle of Link1

5. 結 言

制御領域を振り上げ領域と安定化領域に分割し、それぞれ PD 制御と LQG 制御を行う 2 ステップの制御を提案した。その結果、リンク 1 を倒立させることに成功した。このことより、システムが非線形なものであっても、制御領域を分割し、その領域に合った制御を行うことで、システムの安定化を実現することが可能である。

参考文献

- (1) Mark W. Spong, "The Swing Up Control Problem For The Acrobot", IEEE Control Systems Magazine, Vol.15, No.1, pp.49-55, February, (1995).
- (2) 美多 勉 著, 非線形制御入門 劣駆動ロボットの技能制御理論 昭晃堂 (2000)
- (3) Isabelle Fantoni, Regelio Lozano, and M.W.Spong, "Energy Based Control of the Pendubot", IEEE Trans. Automat. Contr., Vol.45, (2000), pp.725-729.