# スライディングモード制御を用いた回転型倒立振子の振り上げ安定化制御

Swing-up and Stabilization Control for Rotational Inverted Pendulum by Sliding Mode Control Method

○学 加賀 達也(秋田高専) 正 木澤 悟(秋田高専)

Tatsuya KAGA, Akita National College of Technology

Satoru KIZAWA, Akita National College of Technology

Key Words: : Rotational inverted pendulum, Sliding Mode Control Method, Robust control

#### 1.緒 言

劣駆動システムは、アクチュエータの数が動作関節の 数よりも少ないシステムであり、強い非線形性から線形 制御理論を直接的に用いることができず、制御が難しい 反面、軽量化やコストダウン、省エネ化といった多くの 利点をもったシステムである.そのため、近年では劣駆 動システムの研究<sup>1)</sup>が盛んに行われている.

本研究では、劣駆動システムである回転型倒立振子を 用い、回転型倒立振子の振り上げ安定化制御について検 討した.倒立振子の振り上げ安定化制御に関する研究報 告は多く存在するが、特に振り上げ制御から安定化制御 への切り替えが難しく、LQG制御を用いた筆者らの先行 研究においても、制御器の重み関数の選定、モデル化誤 差、パラメータ変動、実験環境といったシステムの不確 かさへの対応が難しいことが確認された.そこで、本研 究では制御の切り替えにおいて優れたロバスト性を有す るスライディングモード制御を安定化制御に適用し、ス ライディングモード制御に基づく制御手法<sup>2),3)</sup>が、制御 のスムーズな切り替えに加え、十分な安定化に有効であ ることを、シミュレーションおよび実験により検証した.

# 2. システムの概要

Fig.1 に本研究で使用した回転型倒立振子システムを 示す.また,Fig.2 にシステムの構成図を示す.アームに 取り付けられた DC モータのロータリーエンコーダと振 子に取り付けられたロータリーエンコーダの角度信号は, Quanser 社製の Multi Q-PCI (カウンタ)を介して PC へ と送られる.そして,角度情報から制御入力が制御則に 基づいて計算され,Multi Q-PCI (D/A コンバータ)から モータアンプを介して DC モータへと送られる.



Fig.1 回転型倒立振子システム



## 3. システムの状態方程式

Fig.1 に示した回転型倒立振子の状態方程式を以下に 示す.

$$\dot{x}_p = A_p x_p + B_p u$$

(1)

ただし,

 $B_{p} = \begin{bmatrix} B_{1}^{T} & B_{2}^{T} \end{bmatrix}^{T}$ とおく.次に、式(2)の変数変換行列*T*を用いて変数変換 を行う.

$$T = \begin{bmatrix} I_{3\times3} & -B_1 B_2^{-1} \\ 0_{1\times3} & I \end{bmatrix}$$
(2)

$$x_p = T^{-1} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} = T^{-1} z \tag{3}$$

この変数変換により,式(1)に示した状態方程式は次のような正準系に変換される.

$$\dot{z} = \tilde{A}z + \tilde{B}u \tag{4}$$

$$\tilde{A} = TA_pT^{-1} = \begin{bmatrix} \tilde{A}_{11} & \tilde{A}_{12} \\ \tilde{A}_{21} & \tilde{A}_{22} \end{bmatrix}, \quad \tilde{B} = TB_p = \begin{bmatrix} 0_{3\times 1} \\ B_2 \end{bmatrix}$$

# 4. スライディングモード制御

スライディングモード制御は,外乱やモデル化誤差な どのシステムの不確かさに対して,マッチング条件を満 たすならば影響を受けないという特長をもつ.そして, スライディングモード制御の設計は一般的に,

Step1 切換超平面の設計

Step2 スライディングモードコントローラの設計 Step3 チャタリングの回避

の三段階で構成される.以下に順に示す.

#### 4.1 切換超平面の設計

スライディングモード制御では,設計した切換超平面 に状態を漸近,拘束させることから,超平面の設計はス ライディングモード制御において重要なプロセスとなる. 本研究では,切換超平面の設計において,最適切換超平 面の設計を用いた.この方法は,システムの状態方程式 を最適レギュレータ問題に帰着させ,次の評価関数を最 小とする切換超平面*S*を設計する方法である.

$$J = \int_{t_s}^{t} Z^T Q Z dt \qquad Q \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$$

$$Q = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} \\ Q_{21} & Q_{22} \end{bmatrix} > 0$$
ここで、補助変数を
$$(5)$$

 $v = z_2 + Q_{22}^{-1} Q_{12}^{T} z_1$ (6) とおくと、式(4)および式(5)は

$$\dot{z}_{1} = \tilde{A}_{11}^{*} z_{1} + \tilde{A}_{12} v \tag{7}$$

$$J = \int_{t_s}^{t} (z_1^T Q_{11}^* z_1 + v^T Q_{22} v) dt$$
(8)

というレギュレータ問題の形となる.ただし,

$$\tilde{A}_{11}^* = \tilde{A}_{11} - \tilde{A}_{12}Q_{22}^{-1}Q_{12}^{T}, \quad Q_{11}^* = Q_{11} - Q_{12}Q_{22}^{-1}Q_{12}^{T}$$

である.そして,評価関数式(8)を最小とする切換超平面は,リカッチ方程式

 $P\tilde{A}_{11}^* + \tilde{A}_{11}^{*T}P - P\tilde{A}_{12}Q_{22}^{-1}\tilde{A}_{12}^TP + Q_{11}^*=0$ の解Pを用いて次のように設計される.

$$S = \left[ \tilde{A}_{12}^{T} P + Q_{12}^{T} \quad \vdots \quad Q_{22} \right]$$
(9)

# 4.2 スライディングモードコントローラの設計

本研究では、設計が容易で有力な最終スライディング モード制御を用いた.この手法における制御入力は、ス ライディングモードを生じる線形フィードバック制御項  $u_l$ と状態量を切換超平面に漸近させる非線形入力項 $u_{nl}$ の二つの独立した制御入力項から、次式のように構成さ れる.

$$u = u_l + u_{nl} = -(S\tilde{B})^{-1}S\tilde{A}z - k(z,t)\frac{\sigma}{\|\sigma\|}$$
(10)

#### 4.3 チャタリングの回避

式(10)の制御入力では、非線形入力項が不連続な切換

関数であり,切換面近傍でチャタリングと呼ばれる高周 波振動を励起してしまう.そこで,関数を平滑化した次 式を新たな制御入力として定めた.

$$u = -(S\tilde{B})^{-1}S\tilde{A}z - k(z,t)\frac{\sigma}{\|\sigma\| + \delta}$$
(11)

# 5.実験結果

設計した制御則を検証するため、MATLAB/Simulinkを 用いて制御則をプログラミングし、デジタルマルチコン トローラ Multi Q-PCI により実装した.そして、制御領 域を「振り上げ領域」と「安定化領域」に分割し、振り 上げ安定化実験を行った.実験結果をFig.3 に示す.

Fig3(a)~(d)を見ると,振子が倒立状態で安定化されて おり,安定状態も良好であることが分かる.また,アー ム角度,角速度も拘束力が弱いながら平衡状態に拘束さ れていることが確認できる.一方,Fig.3(e)ではスライデ ィングモード制御に切り替わってからチャタリングが生 じている.このことから,本実験で用いたチャタリング 回避のパラメータが適当ではなかったと考えられる.

### 6.結 言

本研究では、回転型倒立振子の振り上げ安定化制御に ついて検討した.特に安定化領域においてはスライディ ングモード制御を適用し,設計した制御則の有効性をシ ミュレーションおよび実機実験により検証した.その結 果,先行研究において安定化領域に適用した LQG 制御 に比べ,スライディングモード制御の方が振り上げ制御 から安定化制御への遷移がスムーズに行われ,振子の安 定性についても十分に安定であることを確認した.

# 文 献

1) Spong, M, "The Swingup Control Problem for the Acrobot", IEEE control Systems Magazine, vol. 15, No. 1, pp. 49-55, Feb. 1995.

 野波,田,スライディングモード制御-非線形ロバス ト制御の設計理論-,コロナ社,1994

3) 野波, 西村, 平田, MATLAB による制御系設計, 東 京電機大学出版局, 1998

