

# フライホイール型倒立振子の安定化制御

## Stabilization of Inverted Pendulum with Inertia Rotor

○学 工藤 駿 (秋田高専) 正 木澤 悟 (秋田高専)

Shun KUDOU, Akita National College of Technology  
Satoru KIZAWA, Akita National College of Technology

Key Words : Inverted Pendulum, Inertia Rotor, Optimal Regulator, Stabilization

### 1. 緒言

人間の平衡感覚とバランスは、アクチュエータに相当する無数の筋肉群による巧みな強調動作により実現されている。この平衡感覚の実現のために、筋肉を模倣した多くの装置を装着し制御することは難しいと思われる。しかしながら、体内に左右のバランスをとるフライホイールによる慣性ロータリを内蔵すれば、人間と同様なバランス感覚が得られると考えられる。そこで、本研究では、倒立振子にフライホイール型慣性ロータリを装着し、制御手法には最適レギュレータを用いて、倒立振子の左右のバランスをとる安定化制御を実機実験により検証した。また、フライホイールの反動トルクの違いによる安定化の性能を比較検討するために、直径の異なる  $D=60[\text{mm}]$  と  $D=100[\text{mm}]$  の 2 種類のフライホイールを用意し、安定化制御実験を行った。

### 2. システムの概要

Fig.1 に本研究で使用したフライホイール型倒立振子システムを示す。また、Fig.2 に模式的なシステムの構成図を示す。フライホイール、振子の角度情報は、各エンコーダによってパルス信号に変換された後、Multi Q-PCI (カウンタ) でカウントし、PC の MATLAB/Simulink および Wincon 上で制御入力が計算される。この制御入力は Multi Q-PCI (D/A コンバータ) にて電圧に変換され、その電圧はパワーオペアンプを介して増幅され、DC モータが制御される。

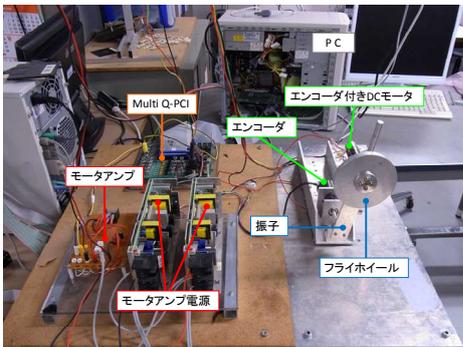


Fig.1 Inverted Pendulum System

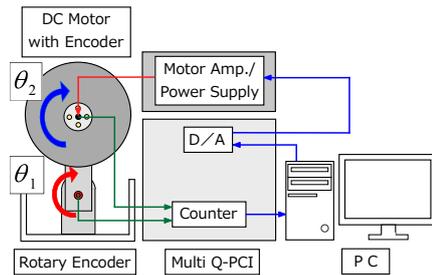


Fig.2 Schematic view of the system

### 3. システムの状態方程式

Fig.1 に示したシステムの状態方程式を以下に示す。

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases} \quad (1)$$

ここで、 $x = [\theta_1 \quad \theta_2 \quad \dot{\theta}_3 \quad \dot{\theta}_4]^T$   $u = V$

$$A = \begin{bmatrix} 0_{2 \times 2} & I_{2 \times 2} \\ -M^{-1}G & -M^{-1}D \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0_{2 \times 1} \\ M^{-1}N \end{bmatrix}, \quad C = I_{4 \times 4}$$

$\theta_1$  : 振子角度,  $\theta_2$  : フライホイール角度である。

### 4. 制御系の設計

本研究の制御対象である式(1)の状態方程式に基づいて制御系を設計し、制御方法には最適レギュレータを用いた。ここで、状態  $x$  は  $n$  次元ベクトル、入力  $u$  は  $m$  次元ベクトルである。このシステムに対して、以下の評価関数

$$J = \int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T R u) dt \quad (2)$$

を最小化する制御則を求める。ただし、 $Q(n \times n)$  : 半正定行列、 $R(m \times m)$  : 正定行列とする。式(2)の右辺第1項は、状態量の 2 乗の積分、第2項は入力エネルギーに相当し、式(2)を最小にすることは、少ないエネルギーで状態量をゼロに近づけることを意味する。この評価関数を最小にする

制御則は

$$u = -Kx \tag{3}$$

である。ここで、状態フィードバックゲイン  $K$  は

$$K = R^{-1}B^T P \tag{4}$$

となる。また、フィードバックゲイン  $K$  は、次のリカッチ方程式を解くことで得られる。

$$A^T P + PA - PBR^{-1}B^T P + Q = 0 \tag{5}$$

ここで、 $P$  はリカッチ方程式の正定解である。

### 5. 実験方法と実験結果

はじめに、安定化制御実験を行うためのコントローラを設計するために、重み関数  $Q$ 、 $R$  を設定して、MATLAB/Simulink を用いて実行プログラムを作成し、コンパイラには Quanser 社の Wincon を使用した。Fig.3 に Simulink を用いて設計した最適レギュレータのブロック線図を示す。

Fig.4, Fig.5, Fig.6 はそれぞれ、 $D=60$ [mm] (Case. I) および  $D=100$ [mm] (Case. II) のフライホイールを取り付けた振り子における振り子角度、フライホイール角度、モータ入力電圧の応答である。Fig.4~Fig.6 より、振り子の倒立状態における安定化は達成されており、振り子角度、入力電圧も低い値で安定している。振り子角度の応答 Fig.4 を見ると、どちらも振り子角度の振れ幅は小さいが、Case. I については  $-0.3$ [deg] 付近に漸近しており、角度のズレが見られる。また、Fig.5 のフライホイール角度より、Case. II では約  $0$ [deg] 付近に漸近しているのに対し、Case. I では徐々に角度が大きくなり、 $0$ [deg] に漸近できていないことがわかる。しかしながら、これはロータが回転しながら振り子の安定化制御を実現させている。このことは、Fig.6 の制御電圧より、Case. II の場合、ロータの直径が大きい分始動時の電圧は大きいですが、倒立後はモータがほぼ停止状態にあるので、Case. I よりも電圧が小さいことがわかる。

以上の結果から、Case. II のフライホイールは、直径が大きいことにより、反動トルクも大きくなるため、Case. I のフライホイールよりも、少ないエネルギーで振り子の倒立状態を維持できることがわかった。

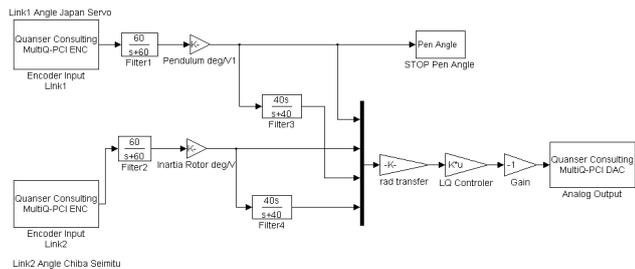


Fig.5 Block diagram of the system

### 6. 結 言

本研究では、フライホイール型の慣性ロータを取り付けた倒立振り子の安定化制御において、振り子が鉛直な倒立状態に保持させることを目指した。制御系の設計には、現代制御理論の1つである最適レギュレータを用いた。その結果、コントローラとしての最適レギュレータは、フライホイール型倒立振り子の安定化制御に有効であった。また、 $D=60$ [mm]よりも、質量および直径の大きい  $D=100$ [mm] のフライホイールを使用した方が、反動トルクが大きいいため、鉛直真上状態に安定した状態では、少ないモータ入力エネルギーで、安定した振り子の制御ができることが確かめられた。

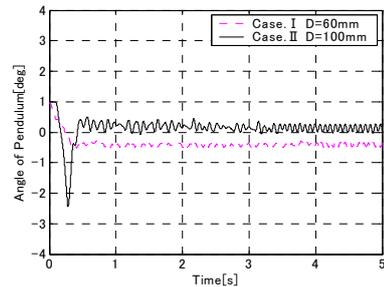


Fig.4 Comparision of the pendulum angle

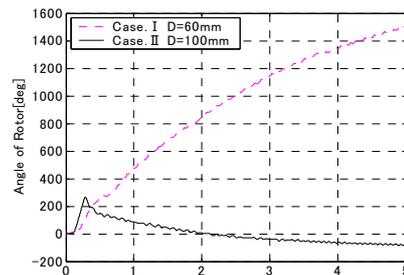


Fig.5 Comparision of the rotor angle

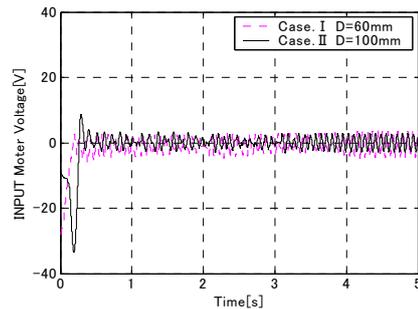


Fig.6 Comparision of the DC motor

### 文 献

- 1) 藤木, 神崎, 松田, 慣性ロータを用いた振り子の振り上げ動作と倒立制御, 日本機械学会論文集 (C 編) 68 巻 667 号, pp.98-104, 2002
- 2) 天野, MATLAB/Simulink によるやさしいシステム工学, 森北出版, 2008