

LEGO Mindstorms EV3 を用いた回転型倒立振子の最適ロバストサーボ制御

The Optimal Robust Servo Control of Rotational Inverted Pendulum with LEGO Mindstorms EV3

○学 小松 晃大 (秋田高専) 正 木澤 悟 (秋田高専) 正 宮脇 和人 (秋田高専)

Akihiro KOMATSU, NIT, Akita College

Satoru KIZAWA, NIT, Akita College

Kazuto MIYAWAKI, NIT, Akita College

Key Words : Optimal Robust Servo Control, Rotational Inverted Pendulum, LEGO Mindstorms EV3

1. 緒言

倒立制御は制御理論の応用の検証のために、よく用いられている。これまで本研究室においても提案した制御理論の検証実験に回転型倒立振子を利用してきた。一般に制御対象を駆動させるための入出力装置、デジタルコントローラは高価である。しかし近年、入出力デバイスを搭載した高性能かつ低価格のハードウェアが出現し、それらのハードウェアで制御系設計ソフトの MATLAB/Simulink を扱えるようになった。これにより、様々な制御理論を組み込んだ制御応用が手軽に行えるようになった。そこで本研究では、企業から教育機関まで幅広く普及し始めている LEGO Mindstorms EV3 に着目し、回転型倒立振子制御装置を製作し、アーム角度の変動を抑制するために制御則に最適ロバストサーボ制御理論を適用させ、振子の安定化制御の検証実験を行った。LEGO を用いる事により、制御装置の組立でも容易であり、MATLAB/ Simulink を利用できる事で制御理論の応用も簡単に実現でき、制御理論の学習や理解に有効であると考えた。

2. 回転型倒立振子のシステムのモデル化

Fig. 1 に構築した回転型倒立振子のシステムを示し、Fig. 2 に回転型倒立振子をモデル化したモデル図を示す。

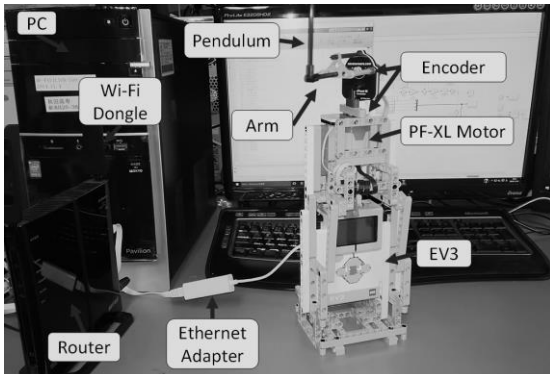


Fig. 1 Rotational Inverted Pendulum System

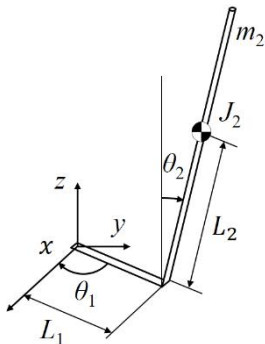


Fig. 2 Rotational Inverted Pendulum Model

θ_1 : アームの角度, θ_2 : 振子の角度, L_1 : アームの長さ
 L_2 : 振子の重心までの長さ, m_2 : 振子の質量,
 J_2 : 振子の重心周りのモーメント,
 c_2 : 振子の粘性摩擦係数, g : 重力加速度

一般にモータの入力電圧と出力角度の伝達関数は 1 次遅れ要素と積分器の直列結合で記述され

$$\theta_1(s) = \frac{b}{s(s+a)} v(s) \quad (1)$$

と表現できる。次に、ラグランジュ方程式を用いて、運動方程式を導出する。また、使用している PF-XL モータには多段のギアが内蔵されており、モータ側から見たアームと振子の負荷の影響をほとんど受けないので、アームに掛かる慣性モーメントおよび粘性摩擦係数は無視できる。よって、運動方程式は式(2)で表される。

$$\begin{cases} \ddot{\theta}_1(t) = -a\dot{\theta}_1(t) + bv(t) \\ \frac{m_2 L_1 L_2 \ddot{\theta}_1(t) \cos \theta_2(t)}{J_2 + m_2 L_2^2} + \ddot{\theta}_2(t) - \sin \theta_2(t) \cos \theta_2(t) \dot{\theta}_1^2(t) \\ - \frac{m_2 g L_2 \sin \theta_2(t)}{J_2 + m_2 L_2^2} + \frac{c_2}{J_2 + m_2 L_2^2} \dot{\theta}_2(t) = 0 \end{cases} \quad (2)$$

ただし、このときの a , b は 2 次遅れ系の時間応答の特徴から同定できるモータの諸特性のパラメータである。しかし、式(2)は非線形方程式であり、制御則に最適レギュレータを用いて設計するため、これらの式を線形化する必要がある。そこで、以下の条件の下で線形化する。

$$\cos \theta_2(t) \cong 1, \sin \theta_2(t) \cong \theta_2(t),$$

$$\dot{\theta}_1^2(t) \sin \theta_2(t) \cos \theta_2(t) \cong \dot{\theta}_1^2(t) \theta_2(t) \cong 0$$

これにより、式(3)に示す線形運動方程式が得られる。

$$\begin{cases} \ddot{\theta}_1(t) = -a\dot{\theta}_1(t) + bv(t) \\ \frac{m_2 L_1 L_2}{J_2 + m_2 L_2^2} \ddot{\theta}_1(t) + \ddot{\theta}_2(t) + \frac{c_2}{J_2 + m_2 L_2^2} \dot{\theta}_2(t) \\ - \frac{m_2 g L_2}{J_2 + m_2 L_2^2} \theta_2(t) = 0 \end{cases} \quad (3)$$

前述した物理パラメータを Table 1 に示す。

Table 1 Physical parameters

L_1	$7.50 \times 10^{-2}[\text{m}]$	L_2	$16.0 \times 10^{-2}[\text{m}]$
m_2	$4.00 \times 10^{-3}[\text{kg}]$	J_2	$7.51 \times 10^{-6}[\text{kg} \cdot \text{m}^2]$
c_2	$1.87 \times 10^{-5}[\text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}]$	g	$9.81 \times 10^0[\text{m}/\text{s}^2]$
a	1.56×10^1	b	2.13×10^0

3. 状態方程式の導出

式(3)を変形すると、式(4)の状態方程式が得られる。

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (4)$$

ただし、

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -a & 0 \\ 0 & \frac{m_2 g L_2}{J_2 + m_2 L_2^2} & \frac{m_2 L_1 L_2 a}{J_2 + m_2 L_2^2} & -\frac{c_2}{J_2 + m_2 L_2^2} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ b \\ -\frac{m_2 L_1 L_2 b}{J_2 + m_2 L_2^2} \end{bmatrix} \quad C = [1 \ 0 \ 0 \ 0]$$

$$x(t) = [\theta_1(t) \ \theta_2(t) \ \dot{\theta}_1(t) \ \dot{\theta}_2(t)]^T \quad u(t) = v(t)$$

である。

4. 制御系の設計

最適ロバストサーボ制御法を用いるために、次の評価関数を定義する。

$$J_e = \int_0^\infty \{e^2(t) + R_e v^2(t)\} dt \quad (5)$$

式(5)の評価関数を最小にする制御入力は次式のリカッチ方程式

$$A_e^T P_e + P_e A_e - P_e B_e R_e^{-1} B_e^T P_e + Q_e = 0 \quad (6)$$

を満たす正定解 $P_e > 0$ を用い

$$v = K_e \begin{bmatrix} A & B \\ C & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ -e \end{bmatrix} \quad (7)$$

で与えられる。ここで

$$K_e \begin{bmatrix} A & B \\ C & 0 \end{bmatrix}^{-1} = [K_1 \ K_2] \quad (8)$$

とくと、本来の制御入力は

$$\dot{u} = v = K_e \begin{bmatrix} A & B \\ C & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ -e \end{bmatrix} = [K_1 \ K_2] \begin{bmatrix} \dot{x} \\ -e \end{bmatrix} \quad (9)$$

であるため、式(9)を $0 \sim t$ まで積分すると制御入力は

$$u = K_1 x(t) - K_1 x(0) - K_2 \int_0^t e(t) dt \quad (10)$$

となり、比例積分型の制御則が得られる。初期状態 $x(0)=0$ のとき制御則のブロック線図は Fig. 3 のようになる。

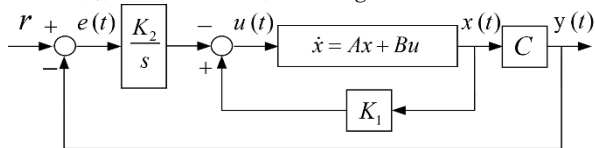


Fig. 3 最適ロバストサーボシステム

5. 安定化制御実験

ここでは、最適ロバストサーボ制御を用いて実際に倒立実験を行い、振子の安定化とアーム角度を目標角度に追従

させることを目指す。なお、アームの目標角度を $\theta_r=40[\text{deg}]$ とした。はじめにコントローラを設計するためにモデルの物理パラメータを代入した結果、次式となった。式(4)に示した回転型倒立振子システムの状態方程式は

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1.00 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.00 \\ 0 & 0 & -15.60 & 0 \\ 0 & 94.81 & 11.31 & -0.56 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2.13 \\ -1.54 \end{bmatrix} u(t)$$

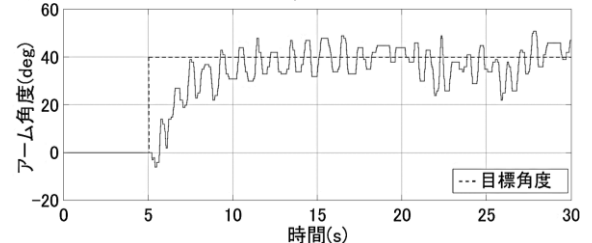
次に、最適ロバストサーボ制御に基づいたコントローラを設計するために式(6)のリカッチ方程式において重み関数を

$$Q_e = \text{diag}[1.00 \ 1000 \ 0.01 \ 0.01 \ 100], \quad R_e = 50$$

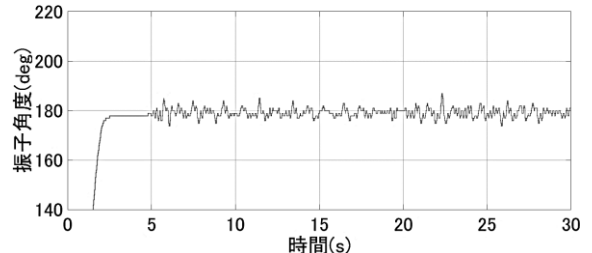
のように設計した。ここでは、振子角度と、目標角度と現在の角度の偏差に重みを置いた。コントローラの最適ゲインは MATLAB を用いて計算した結果、

$$K_1 = [4.94 \ 347.50 \ 15.95 \ 34.67], \quad K_2 = 1.41$$

となった。そして、算出されたコントロールゲインを用いて安定化実験を行った。Fig. 4(a)はアーム角度 θ_1 の時間応答であり、Fig. 4(b)は振子角度 θ_2 の時間応答である。なお、5秒後に制御を開始させており、振子角度は振子が真下で静止している状態を $0[\text{deg}]$ としている。Fig. 4 から、アーム角度は10秒付近から目標角度である $40[\text{deg}]$ に落ち着き始め、振子角度は鉛直状態である $180[\text{deg}]$ を維持しており、安定した倒立が行えていることが分かる。



(a) アーム角度の時間応答



(b) 振子角度の時間応答

Fig. 4 アームと振子角度の時間応答

6. 結言

本研究では、LEGO Mindstorms EV3 を用いて回転型倒立振子システムを製作し、MATLAB/Simulink を用いてコントローラを設計した。そして、システムに対して最適ロバストサーボ制御を適用させ、振子を鉛直に倒立状態に保持させること、およびアームを任意の角度に追従させることが可能であることを検証した。その結果、EV3 を用いた回転型倒立振子に対し、最適ロバストサーボ制御が有効であることが確かめられた。

参考文献

- 1) 川田昌克 「MATLAB/Simulink と実機で学ぶ制御工学—PID 制御から現代制御まで—」, TechShare 株式会社, 2013
- 2) 橋本洋志, 石井千春, 小林裕之, 大山恭弘 「Scilab で学ぶシステム制御の基礎」, 株式会社オーム社, 2007