

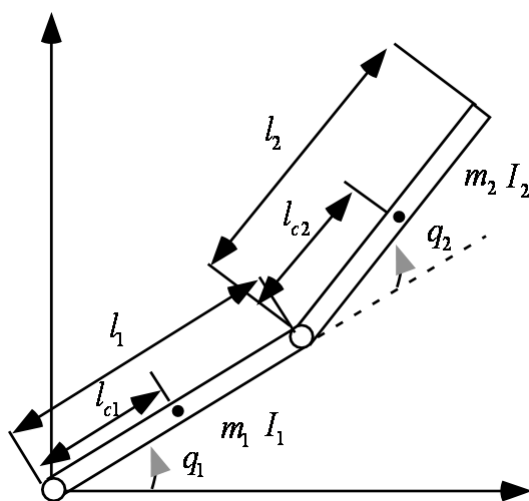
Acrobot の振り上げ安定化制御に関して (その1)

1. はじめに

劣駆動システム(underactuated mechanical system)は一般化座標の数より少ないアクチュエータの数で制御する機構システムである. また, 複雑で非線形な動特性を持ち線形化が難しいシステムでもある. 2リンク劣駆動ロボットの代表的な例として, 根元の関節に駆動関節を持たず第2関節のみを駆動するものを Acrobot (アクロバットロボット), 第1関節のみを駆動するものを Pendubot という.

2. Acrobot のモデリング

以下に文献(M.W.Spong:The Swing Up Control problem For The Acrobot,IEEE Control System Magazine,Vol.15,No.1,pp.45-55(1995))にそって紹介する. 制御対象として, 第2関節のみに関節トルクが作用する垂直平面内に存在する2リンク Acrobot を扱う



Acrobot の運動方程式は次式で与えられる.

$$\begin{bmatrix} \alpha + \gamma + 2\beta \cos q_2 & \gamma + \beta \cos q_2 \\ \gamma + \beta \cos q_2 & \gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\beta(2\dot{q}_1 + \dot{q}_2)\dot{q}_2 \sin q_2 \\ \beta\dot{q}_1^2 \sin q_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 \cos q_1 + k_2 \cos(q_1 + q_2) \\ k_2 \cos(q_1 + q_2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau \end{bmatrix} \quad (1-1)$$

ここで,

$$\alpha = I_1 + m_1 l_{c1}^2 + m_2 l_1^2, \quad \beta = l_1 m_2 l_{c2}, \quad \gamma = I_2 + m_2 l_{c2}^2$$

$$k_1 = (m_1 l_{c1} + m_2 l_1)g, \quad k_2 = m_2 l_{c2}g$$

さらに, ここで

$$d_{11} = \alpha + \gamma + 2\beta \cos q_2, \quad d_{12} = \gamma + \beta \cos q_2$$

$$d_{21} = \gamma + \beta \cos q_2, \quad d_{22} = \gamma$$

$$p_1 = \{-\beta(2\dot{q}_1 + \dot{q}_2)\dot{q}_2 \sin q_2\} + \{k_1 \cos q_1 + k_2 \cos(q_1 + q_2)\}$$

$$p_2 = \{\beta\dot{q}_1^2 \sin q_2\} + \{k_2 \cos(q_1 + q_2)\}$$

とおくと eq.(1-1)は

$$\begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau \end{bmatrix} \quad (1-2)$$

さらに, eq(2)を加速度項を非干渉化し, 入力項 τ が直達項となるように慣性項の逆行列を両辺に掛けると

$$\begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ \tau \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -d_{22}p_1 + d_{12}p_2 - d_{12}\tau \\ d_{12}p_1 - d_{11}p_2 + d_{11}\tau \end{bmatrix} \frac{1}{d_{11}d_{22} - d_{12}^2} \quad (1-3)$$

Acrobot の振り上げ安定化制御は第2リンクにあるジョイント部に唯一あるアクチュエータの出力 τ によってなされる. 制御の手法としては Acrobot が垂直に垂れ下がった状態 $q_1 = -\pi/2$, $q_2 = 0$ から, 振り上げて $q_1 = \pi/2$, $q_2 = 0$ に倒立させる振り上げ制御と $q_1 = \pi/2$, $q_2 = 0$ を安定に保つ安定化制御の2ステップ制御となる.

3. 部分線形化を用いた振り上げ制御(Partial Feedback Linearization)

制御入力 τ を使って q_1 が $\pi/2$ になるように制御したいのであるから, $q_1 - \tau$ 間の関係を部分線形化することを考える. つまり, q_1 を $\pi/2$ に収束させるような制御入力を τ を設計するこのとき, 制御しきれない q_2 が Zero Dynamics となる. そこで, eq(1-3)の第1行目から

$$\ddot{q}_1 = \frac{-d_{22}p_1 + d_{12}p_2}{d_{11}d_{22} - d_{12}^2} - \frac{d_{12}}{d_{11}d_{22} - d_{12}^2} \tau \quad (1-4)$$

を得る. よって, 次式のような部分線形化を達成させるためには

$$\ddot{q}_1 = v \quad (1-5)$$

eq(1-4)から次のような制御入力を考えればよい.

$$\tau = -\frac{d_{22}p_1 + d_{12}p_2}{d_{12}} + \left(d_{12} - \frac{d_{11}d_{22}}{d_{12}}\right)v \quad (1-6)$$

この制御手法の意味は, 制御則として τ によって q_1 が $\pi/2$ になるようにすればよいが, そこで, q_1 を $\pi/2$ に漸近させるために,

$$v = -f_1(q_1 - \pi/2) - f_2\dot{q}_1 \quad (1-7)$$

の PD 制御を考える. この制御則は $q_1 \rightarrow \pi/2$, $\dot{q}_1 \rightarrow 0$ とすることで第1リンクを倒立させることを意味する. そして, 結果的に $\ddot{q}_1 = v \rightarrow 0$ であるから, $v = 0$ を漸近的に達成され, q_1 は倒立したまま回らない. ところが, $q_1 = \pi/2$, $\dot{q}_1 = \ddot{q}_1 = 0$ を達成したとき, eq(1-2)の第1行目から

$$d_{12}\ddot{q}_2 + p_1 = 0 \quad (1-8)$$

を得る. これを詳しく記述すれば,

$$(\gamma + \beta \cos q_2)\ddot{q}_2 - \beta\dot{q}_2^2 \sin q_2 - k_2 \sin(q_2) = 0 \quad (1-9)$$

となる. 記述しないが, eq(1-2)の第2行目からも同じ結果が得られる.

これは第2リンクが制御しきれない状態であり, 第2リンクは上式の Zero Dynamics にしたが

って運動する．この eq.(1-9)の動きは，第 1 リンクは倒立するが第 2 リンクは倒立状態まで振り上がる，第 1 リンクは倒立し第 2 リンクは下に垂れ下がった状態で振動する，あるいは，第 1 リンクは倒立し第 2 リンクは 360 度回転する．ただ，倒立させるためには，ゲイン f_1 , f_2 を適切に選ぶ必要がある．

参考文献

美多 勉，非線形制御入門－劣駆動ロボットの技能制御論－，昭晃堂，2000