2005.4 秋田高専　木澤

Acrobot の振り上げ安定化制御に関して（その４）

安定化制御について

振り上げ制御後の安定化制御のシミュレーションを考える．物理パラメータは表の通りである．

m_1	m_2	l_1	l_2	l_{c1}	l_{c2}	I_1	I_2	g
1	1	1	2	0.5	1	0.083	0.33	9.8

Link1 が倒立したところで，安定化のために LQR 制御を考える．
そこで，Link1 が倒立した状態 $q_1 = \pi/2$， $q_2 = 0$ として，eq(1-2)を線形化する．よって，

$$d_{11} = m_1 l_{c1}^2 + m_2 (l_1^2 + l_{c2}^2 + 2 l_1 l_{c2}) + I_1 + I_2$$

$$d_{12} = m_2 (l_{c2}^2 + l_1 l_{c2}) + I_2$$

$$d_{21} = d_{12}$$

$$d_{22} = I_2 + m_2 l_{c2}^2$$

$$h_1 = 0$$
$$h_2 = 0$$
$$\phi_1 = (m_1 l_{c1} + m_2 l_1) g \cos q_1 + m_2 l_{c2} g \cos(q_1 + q_2)$$

$$= (m_1 l_{c1} + m_2 l_1) g \sin(\pi/2 - q_1) + m_2 l_{c2} g \{ \cos q_1 \cos q_2 - \sin q_1 \sin q_2 \}$$

$$\cong -(m_1 l_{c1} + m_2 l_1) g \sin(q_1 - \pi/2) + m_2 l_{c2} g \{ \sin(\pi/2 - q_1) - \sin q_2 \}$$

$$= -(m_1 l_{c1} + m_2 l_1) g (q_1 - \pi/2) + m_2 l_{c2} g \{ -(q_1 - \pi/2) - q_2 \}$$

$$\phi_2 = m_2 l_{c2} g \cos(q_1 + q_2) = m_2 l_{c2} g \{ \cos q_1 \cos q_2 - \sin q_1 \sin q_2 \}$$

$$\cong m_2 l_{c2} g \{ -(q_1 - \pi/2) - q_2 \}$$

$$p_1 = \phi_1 + h_1 \qquad p_2 = \phi_2 + h_2$$

となる．そこで eq(1-2)に代入すれば

$$\begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau \end{bmatrix} \qquad (1\text{-}2)$$

この eq(1-2)から

$$\begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ \tau \end{bmatrix}$$

$$=-\begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -(m_1 l_{c1}+m_2 l_1)g-m_2 l_{c2} g & -m_2 l_{c2} g \\ -m_2 l_{c2} g & -m_2 l_{c2} g \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 - \pi/2 \\ q_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ \tau \end{bmatrix}$$

$$=-\frac{1}{d_{11}d_{22}-d_{12}^2} \begin{bmatrix} d_{22} & -d_{12} \\ -d_{21} & d_{11} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -(m_1 l_{c1}+m_2 l_1)g-m_2 l_{c2} g & -m_2 l_{c2} g \\ -m_2 l_{c2} g & -m_2 l_{c2} g \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 - \pi/2 \\ q_2 \end{bmatrix}$$

$$+\frac{1}{d_{11}d_{22}-d_{12}^2} \begin{bmatrix} d_{22} & -d_{12} \\ -d_{21} & d_{11} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \tau \qquad (4\text{-}1)$$

以上をまとめると，線形化された状態方程式は

$$\ddot{x} = Ax + Bu \qquad (4\text{-}2)$$

となる．ここで，

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix}$$

$$a_{11} = a_{22} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad a_{12} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$a_{21} = -\frac{1}{d_{11}d_{22}-d_{12}^2} \begin{bmatrix} d_{22} & -d_{12} \\ -d_{21} & d_{11} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -(m_1 l_{c1}+m_2 l_1)g-m_2 l_{c2} g & -m_2 l_{c2} g \\ -m_2 l_{c2} g & -m_2 l_{c2} g \end{bmatrix}$$

$$b_2 = \frac{1}{d_{11}d_{22}-d_{12}^2} \begin{bmatrix} d_{22} & -d_{12} \\ -d_{21} & d_{11} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \qquad b_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$x = \begin{bmatrix} q_1 - \pi/2 \\ q_2 \\ \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} \qquad u = \tau$$

である．