

フライホイール型倒立振子の安定化制御

工 藤 駿*・木 澤 悟

Stabilization of Inverted Pendulum with Inertia Rotor

Shun KUDOU* and Satoru KIZAWA

(平成23年11月25日受理)

This paper describes the control of an under actuated system called the Inverted Pendulum composed of a pendulum and a flywheel type inertia rotor. The system is controlled by occurring reaction torque to the Inertia Rotor which is rotated with the DC motor. We tried to stabilize its system, namely, to balance the pendulum about the vertical by means of optimal regulator. Moreover, we tested two kinds of flywheels which are different of the diameter to compare and to investigate the performance of stabilization by the difference of inertial force, in other words the difference of reaction torque in each.

Keywords : Inverted Pendulum, Inertia Rotor, Optimal Regulator, Stabilization

1. 緒言

現代のロボット開発において、技術は日々進化しており、人間型や動物型などのロボットの実用化に向けた研究が盛んに行われている。宇宙や深海など、極限の状況下で作業するロボットは、できるだけ軽量で、少ないエネルギーで動かしたいという要求がある。そのため、アクチュエータを減らすことにより省エネルギーが達成されることが可能であると考えられるが、近年、関節の数よりアクチュエータの数を減らした劣駆動システムが注目されている。例えば、人間が鉄棒運動をしたり、手のひらで棒を立たせたりする動きなどに該当し、軽量化や省エネルギー化に関して有効であるため、マニピュレータロボット^{1),2)}などの研究に応用されている。しかし、1つのモータで2つの関節を動かさなければならず、劣駆動システムでは動作空間において非線形性が存在し、制御が難しいという欠点がある。

ところで、人間の平衡感覚とバランスは、アクチュエータに相当する無数の筋肉による、巧みな協調動作により実現されている。この平衡感覚の実現のために、筋肉を模倣した多くのアクチュエータを装着し制御することは難しいと思われる。しかし、体内に左右のバランスのとれるフライホイール

による慣性ロータが内蔵されていると考えれば、ある程度人間と同様のバランス感覚が得られると考えられる。そこで本研究では、制御工学理論の実証実験に用いられる倒立振子の1つである、左右のバランス制御を行うフライホイール型慣性ロータ³⁾を用いて、振子が鉛直方向に倒立して安定化させる実験を試みた。このシステムは、フライホイールと振子の2つのリンクを持ち、構造的には、フライホイールという円盤をモータで回転させ、そのとき、反動トルクが発生することを利用して、受動関節である振子を制御する仕組みである。

本研究の目的は、振子の倒立状態を維持し、安定した制御を達成することである。安定化制御の手順としては、はじめに、フライホイール型倒立振子システムをモデル化するため、各部の物理パラメータを測定し、運動方程式を導出後、状態方程式を導出した。そして、振子を真上状態に倒立させる制御手法には、最適レギュレータ^{4),5)}を用いて安定化制御を試みた。さらに本研究では、フライホイールの慣性力の違い、即ち反動トルクの違いによる安定化の性能を比較検討するために、直径の異なる $D=60$ [mm]と $D=100$ [mm]の2種類のフライホイールを用意し、それぞれの場合について安定化制御実験を行った。

* 秋田高専専攻科学生

2. システムの概要

Fig. 1 に本研究で使用したフライホイール型倒立振子システムを示す。また、Fig. 2 に模式的なシステムの構成図を示す。フライホイール、振子の角度情報は、各エンコーダによってパルス信号に変換され、Multi Q-PCI (カウンタ) でカウントされる。その情報がPCへと送られ、Matlab/SimulinkおよびWincon上で制御入力が計算される。この制御入力はMulti Q-PCI (D/Aコンバータ) にて電圧に変換され、その電圧はパワーオペアンプを介して増幅され、DCモータが制御される。

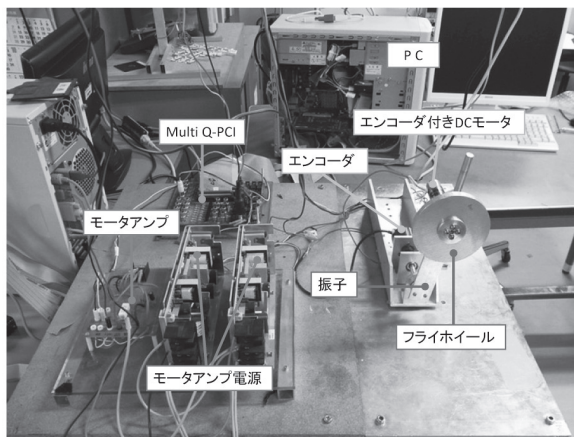


Fig. 1 フライホイール型倒立振子システム

与えられるトルクとモータ端子電圧との関係を含めた非線形な運動方程式は次式となる。

$$\begin{bmatrix} I_1 + I_2 + m_1 l_g^2 + m_2 l^2 & I_2 \\ I_2 & I_2 + I_m n^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -(m_1 l_g + m_2 l) g \sin \theta_1 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_1 & 0 \\ 0 & c_2 + \frac{K_T K_E n^2}{R_a} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{K_T n}{R_a} V \end{bmatrix} \quad (1)$$

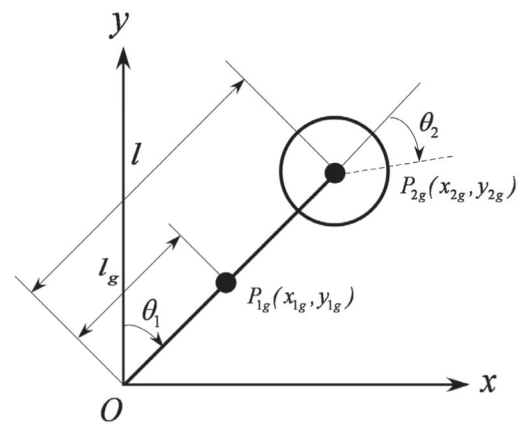


Fig. 3 フライホイール型倒立振子モデル

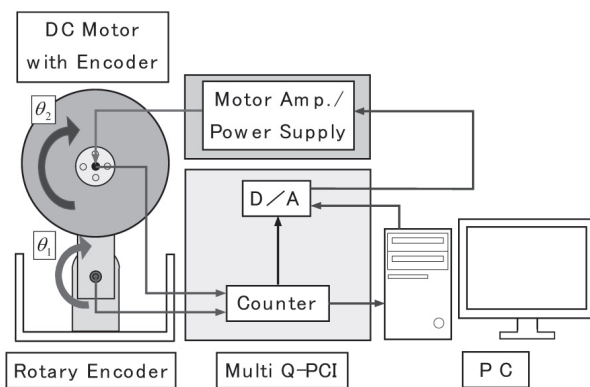


Fig. 2 システム構成図

ここで

- θ_1 : 振子角度
 - θ_2 : フライホイール角度
 - m_1 : 振子質量
 - m_2 : フライホイール質量
 - l : 振子長さ
 - l_g : 振子重心位置
 - I_1 : アームの重心まわりの慣性モーメント
 - I_2 : フライホイールの重心まわりの慣性モーメント
 - c_1 : アームの粘性摩擦係数
 - c_2 : フライホイールの粘性摩擦係数
 - I_m : モータの慣性モーメント
 - R_a : 直流抵抗 (アマチュア抵抗)
 - K_E : 誘起電圧定数
 - K_T : トルク定数
 - τ : モータトルク
 - n : ギヤ比
 - V : モータ端子電圧
 - g : 重力加速度
- である。

3. フライホイール型倒立振子のモデル化

3.1 非線形運動方程式の導出

この節では、モデル化したFig. 3のフライホイール型倒立振子を基に、ラグランジュの運動方程式を用いて、状態方程式を導出する。そこで、アームに

また、実測、実験によって測定したアームと振子の物理パラメータおよびDCモータのパラメータをTable. 1~3に示す。

Table. 1 振子のパラメータ

記号	パラメータの名称	数値
m_1	振子(モータ含む)の質量	0.206[kg]
l	長さ	0.15[m]
l_g	重心までの長さ	0.132[m]
I_1	重心周りの慣性モーメント	1.82×10^{-4} [kg·m ²]
c_1	粘性摩擦係数	9.82×10^{-4} [kg·m ²]

Table. 2 フライホイールのパラメータ

記号	パラメータの名称	D=60[mm]	D=100[mm]
m_1	質量	0.122[kg]	0.227[kg]
I_1	重心周りの慣性モーメント	1.098×10^{-4} [kg·m ²]	5.675×10^{-4} [kg·m ²]
c_2	粘性摩擦係数	1.00×10^{-6} [kg·m ²]	1.00×10^{-5} [kg·m ²]

Table. 3 DCモータのパラメータ

記号	パラメータの名称	数値
R_a	直流抵抗	13.3[Ω]
K_T	トルク定数	25.4×10^{-3} [Nm/A]
K_E	誘起電圧定数	2.60×10^{-2} [V/(rad·s)]
n	ギヤ比	36
J_m	モータの慣性モーメント	3.00×10^{-7} [kg·m ²]

3.2 線形な運動方程式の導出

次に、前節で求めた非線形な運動方程式Eq.(1)を線形化する。倒立振子の鉛直真上近傍での安定化を目指すため、角度 θ の値は非常に小さいと仮定すると、以下のような運動方程式が導出される。

$$M\ddot{\theta} + D\dot{\theta} + G\theta = N \cdot V \quad (2)$$

ここで、

$$M = \begin{bmatrix} I_1 + I_2 + m_1 l_g^2 + m_2 l^2 & I_2 \\ I_2 & I_2 + I_m n^2 \end{bmatrix},$$

$$G = \begin{bmatrix} -(m_1 l_g + m_2 l) g & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$D = \begin{bmatrix} c_1 & 0 \\ 0 & c_2 + \frac{K_T K_E n^2}{R_a} \end{bmatrix}, \quad N = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{K_T n V}{R_a} \end{bmatrix}, \quad \tilde{\theta} = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix}$$

である。

3.3 状態方程式の導出

前節で導出したEq.(2)を変形すると、以下の状態方程式が得られる。

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases} \quad (3)$$

ここで、

$$A = \begin{bmatrix} 0_{2 \times 2} & I_{2 \times 2} \\ -M^{-1}G & -M^{-1}D \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0_{2 \times 1} \\ M^{-1}N \end{bmatrix}$$

$$C = I_{4 \times 4}, \quad x = [\theta_1 \quad \theta_2 \quad \dot{\theta}_1 \quad \dot{\theta}_2]^T, \quad u = V$$

である。

4. 最適レギュレータ(LQ)制御法の設計方法

本研究の制御対象であるEq.(3)の状態方程式に基づいて制御系を設計する。ここで、状態 x は次元 n ベクトル、入力 u は m 次元ベクトルであり $n=4$ 、 $m=1$ である。このシステムに対して、以下の評価関数

$$J = \int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T R u) dt \quad (4)$$

を最小化する制御則を最適レギュレータという。ただし、 $Q(n \times n)$:半正定行列、 $R(m \times m)$:正定行列とする。Eq.(5)の右辺第1項は、状態量の2乗の積分、第2項は入力エネルギーに相当する。このためEq.(4)を最小にすることは、少ないエネルギーで状態をゼロに近づけること、つまり安定化を達成することを意味する。この評価関数を最小にする制御則は

$$u = -Kx \quad (5)$$

で与えられる。ここで、状態フィードバックゲイン K は、

$$K = R^{-1} B^T P \quad (6)$$

となる。また、フィードバックゲイン K は、次式のリカッチ方程式を解くことで得られる。

$$A^T P + PA - B P R^{-1} B^T P + Q = 0 \quad (7)$$

ここで、 P はリカッチ方程式の正定解である。

5. 安定化制御および実験結果

5.1 実験方法とコントローラの設計

ここでは実機実験により、フライホイールの慣性ロータを用いた最適レギュレータ制御法による安定化制御の有効性を検証する。また、本研究はフライホイールの慣性力により、振子を倒立制御させるの

で、慣性力の差異を見るために、フライホイールの直径や質量の違いについても検証する。そのため、次の2種類のフライホイールを用意した。

Case. I : 直径D=60[mm] の場合

Case. II : 直径D=100[mm] の場合

はじめに、3章で示した各物理パラメータを代入し、それぞれの状態方程式を求め、次にコントローラを設計する。前節でも述べたように、最適レギュレータにおいて、重み行列 Q は状態量 x に、重み行列 R は操作入力に対して影響を及ぼすことがわかっている。本研究で決定する重み行列は $Q=diag[q_1 \ q_2 \ q_3 \ q_4]$ で表され、 $q_1 \sim q_4$ はそれぞれ振子角度、フライホイール角度、振子角速度、フライホイール角速度に対応する重み値である。ただし、重み行列 Q および R の決定は、未だ効果的な設定方法が確立されていないのが現状であり、試行錯誤的に実験を行って決定した。また、実験方法として、コントローラを設計するために MATLAB/Simulink およびコンパイラ Wincon⁶⁾ を使用した。Fig. 4 に Simulink を用いて設計した最適レギュレータのブロック線図を示す。ブロック線図における Filter1 および Filter2 は、ロータリーエンコーダの高周波ノイズを除去するためのローパスフィルタであり、Filter3 および Filter4 は、角速度を読み取るためのローパスフィルタを付加した微分器である。図中にある LQ Controller は、計算されたフィードバックゲインが格納されている。

次に、フライホイールの違いによる、制御対象の状態方程式およびコントローラを以下に示す。このとき、設定した最適レギュレータの重み関数 Q 、 R 、および、それに対するフィードバックゲイン K

を Table. 4, Table. 5 に示す。

Case. I

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 66.79 & 0 & -1.509 \times 10^{-3} & 1.031 \\ -15.90 & 0 & 3.593 \times 10^{-4} & -126.8 \end{bmatrix}$$

$$B = [0 \ 0 \ -1.647 \ 202.5]^T$$

$$C = I_{4 \times 4}$$

Table. 4 Case. I の重み関数とフィードバックゲイン

Case. I ①	$Q = diag[10 \ 5 \ 10 \ 5], R = 100$
	$K = [1474 \ 0.2236 \ 180.6 \ 1.348]$
Case. I ②	$Q = diag[1 \times 10^4 \ 5 \ 1 \times 10^4 \ 5], R = 100$
	$K = [1087 \ 0.2236 \ 133.4 \ 0.9514]$

Case. II

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 65.35 & 0 & -1.091 \times 10^{-3} & 2.967 \\ -27.60 & 0 & 4.603 \times 10^{-4} & -97.08 \end{bmatrix}$$

$$B = [0 \ 0 \ -3.164 \ 103.6]^T$$

$$C = I_{4 \times 4}$$

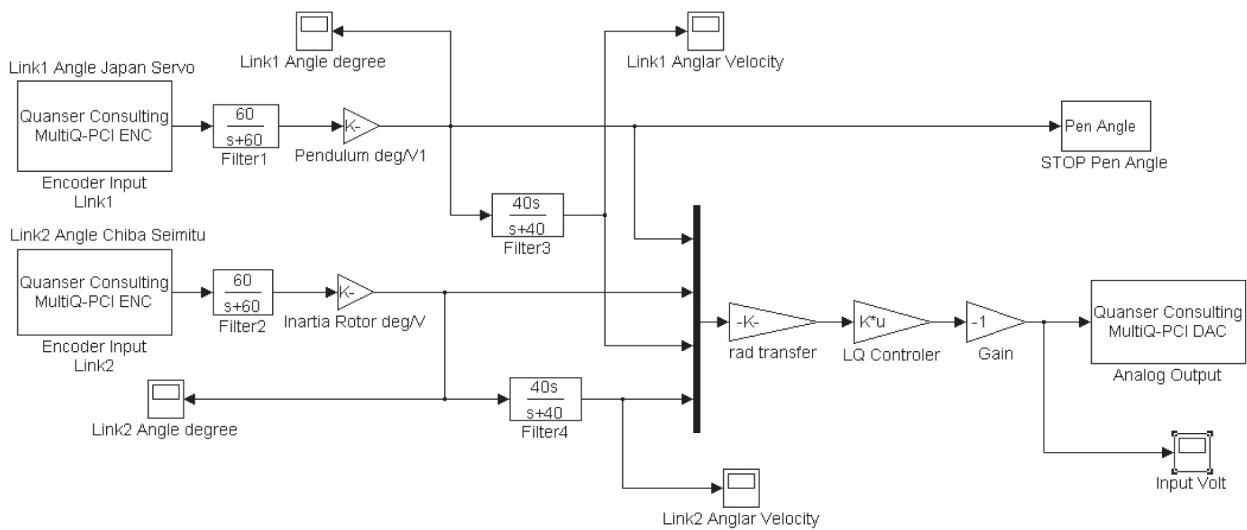


Fig. 4 最適レギュレータのブロック線図

Table. 5 Case. II の重み関数とフィードバックゲイン

Case. II ①	$Q = \text{diag}[10 \ 5 \ 10 \ 5], R = 100$
	$K = [563.5 \ 0.2236 \ 70.13 \ 1.959]$
Case. II ②	$Q = \text{diag}[1 \times 10^3 \ 5 \ 1 \times 10^5 \ 5], R = 100$
	$K = [543.8 \ 0.1 \ 67.67 \ 1.906]$

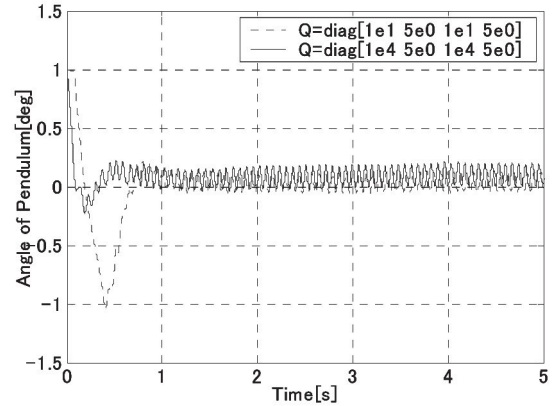
5.2 Case. I フライホイール直径D=60[mm]の重み関数による応答性の比較実験

D=60[mm]のフライホイールでは、振子を1[deg]傾けた状態からの安定化制御を行った。なお、D=60[mm]の場合、初期状態の傾斜角度1[deg]が限界となる。Fig.5は、最適レギュレータの操作量に関する重みR=100として、制御量に関する重みを $Q = \text{diag}[10 \ 5 \ 10 \ 5]$ に設定した場合と、 $Q = \text{diag}[1 \times 10^4 \ 5 \ 1 \times 10^4 \ 5]$ と設定した場合における各状態量の応答を示す。Fig.5(a)~(c)はそれぞれ、振子角度、フライホイール角度、モータ入力電圧の応答である。振子角度の応答Fig.5(a)より、どちらも小刻みに振動しているが振動の触れ幅は小さく、安定化は達成されており、Case. I ②の方が始動時の角度変化が小さいことがわかる。Fig.5(b)を見ると、フライホイール角度の応答については、Case. I ②では、始動時の反動に180[deg]を要し、その後-400[deg]付近に漸近している、一方、Case. I ①では、始動時の反動に600[deg]を要し、約-200[deg]に漸近していることがわかる。Fig.5(c)を見ると、入力電圧については、Case. I ②の方が、Case. I ①よりも始動時の電圧が1/2以下に抑えられている。

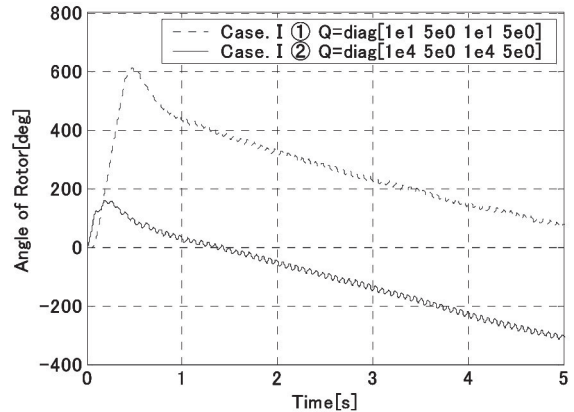
以上より、D=60[mm]における重みの値については、 $[10 \ 5 \ 10 \ 5]$ とした時より、 $Q = \text{diag}[1 \times 10^4 \ 5 \ 1 \times 10^4 \ 5]$ として、振子角度と振子角速度にかかる重みの値を大きくした方が、始動時の傾きが小さく、良い応答が得られることがわかった。

5.3 Case. II フライホイール直径D=100[mm]の重み関数による応答性の比較実験

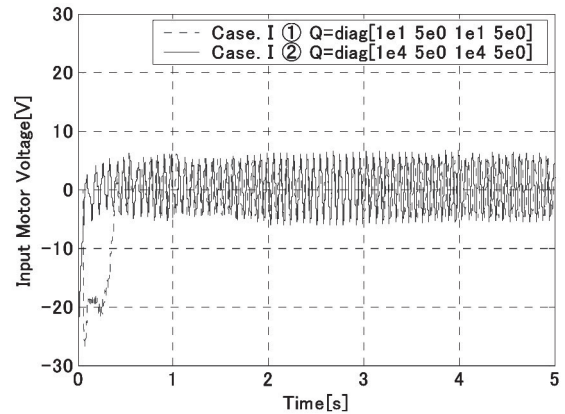
D=100[mm]のフライホイールでは、振子を3[deg]傾けた状態からの安定化制御を行った。なお、D=100[mm]の場合、初期状態の傾斜角度3[deg]が限界である。Fig.6は操作量に関する重みR=100として、制御量に関する重み $Q = \text{diag}[10 \ 5 \ 10 \ 5]$ に設定した場合と、 $Q = \text{diag}[1 \times 10^3 \ 5 \ 1 \times 10^5 \ 5]$ と設定した場合における各状態量の応答を示す。Fig.6(a)~(c)はそれぞれ、振子角度、フライホイール角度、振子角速度、フライホイール角速度、モータ入力電圧の応答である。Fig.6(a)~(c)より、ど



(a)振子角度[deg]



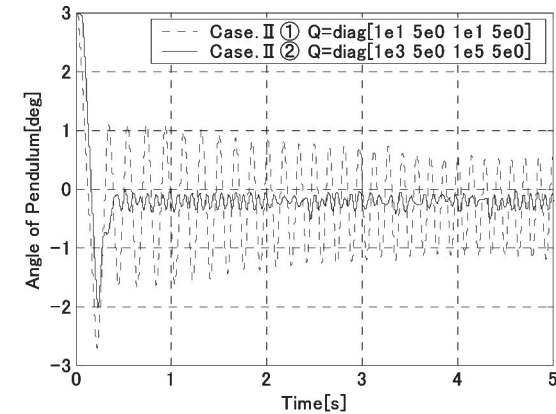
(b)フライホイール角度[deg]



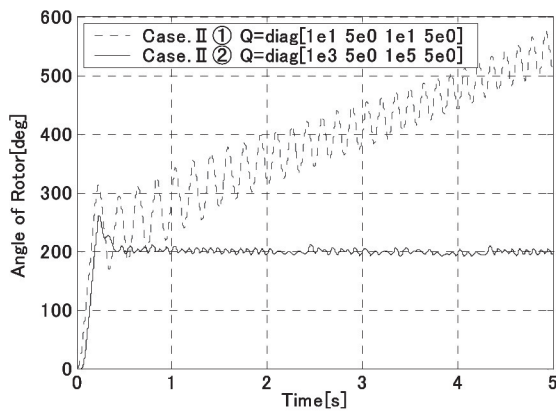
(c)入力電圧[V]

Fig. 5 D=60[mm]におけるフライホイールの過度応答

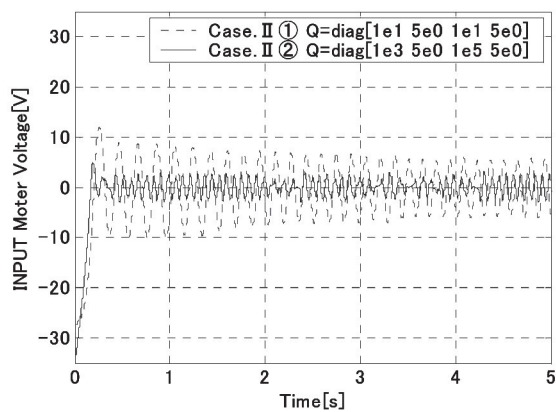
ちらも振子の倒立状態が達成できていることがわかる。しかし、どの図においてもCase. II ①とした時の応答は、振れ幅が大きく、振動が大きい。一方でCase. II ②とした場合の応答は、振子角度の応答Fig.6(a)を見ると、倒立した直後の振子の振れ幅が若干左側に傾いてはいるが、概ね0.5[deg]以下であり、非常に安定していることがわかる。Fig.6



(a) 振り角度 [deg]



(b) フライホイール角度 [deg]



(c) 入力電圧 [V]

Fig. 6 D=100[mm] ときの振り角度、フライホイール角度、入力電圧の応答

(b) のフライホイール角度の応答を見ても、角度は200[deg] 付近に収束しており、非常に安定した動きを示している。一方、Case. II ①では、振り子は左右に揺れながら倒立しているが、フライホイール（ロータ）は左右の回転を伴って回り続けている。Fig. 7(c) より、制御電圧についても、Case. II ①の応答は、漸近後も電圧の振れ幅が大きい。しかし、

Case. II ②のときの応答は、立ち上がりは大きいものの収束が早く、収束後の電圧も5[V] 以下の低い値で安定していることがわかる。

以上より、D=100[mm] における重みの値についても、 $Q=diag[1 \times 10^3 \ 5 \ 1 \times 10^5 \ 5]$ として、振り子角度と振り子角速度にかかる重みを大きくした方が、良い応答が得られることがわかった。

5.4 Case. I (D=60 [mm]) と Case. II (D=100[mm]) の応答性の比較実験

ここでは、フライホイールの直径の違いにより、どのような応答性の違いが見られるかを比較、検討するため、振り子の傾き角度をどちらも1[deg] に合わせて安定化制御を行った。

D=60[mm] と D=100[mm] においてそれぞれ、最適な重みに設定した場合の応答の比較を Fig. 7 に示す。重み関数に関しては、前節から操作量に関する重み $R=100$ はどちらも一定であり、制御量に関する重み Q は、Case. I (D=60[mm]) の場合については $Q=diag[1 \times 10^4 \ 5 \ 1 \times 10^4 \ 5]$ であり、Case. II (D=100[mm]) の場合については、 $Q=diag[1 \times 10^3 \ 5 \ 1 \times 10^5 \ 5]$ である。Fig. 7(a)~(c) はそれぞれ、振り子角度、フライホイール角度、モータ入力電圧の応答である。Fig. 7(a)~(c) より、振り子の倒立状態における安定化は達成されており、振り子角度、入力電圧も低い値で安定している。振り子角度の応答 Fig. 7(a) を見ると、D=60[mm] の応答は始動時の傾きが小さく、D=100[mm] に比べて角度の振れ幅も約0.2[deg] と小さい。D=100[mm] では開始すぐに振り子が大きく傾いているが、急速に持ち直しており、漸近後の振り子の振れ幅も約0.5[deg] であり、小さい値で安定している。フライホイール角度の応答 Fig. 7(b) を見ると、違いが顕著に表れており、D=100[mm] は回転角度がD=60[mm] に比べ非常に低い値に漸近できている。D=60[mm] では徐々に角度が大きくなっており、グラフには描かれていないが、15秒後には1700[deg] 付近に収束している。入力電圧の応答 Fig. 7(c) を見ると、制御開始時の電圧はD=100[mm] はD=60[mm] より大きく、その後漸近時では、D=60[mm] の方がD=100[mm] より電圧が大きくなっている。

以上の結果から、振り子の振れ幅については、どちらも大差はないことがわかった。制御電圧については、D=60[mm] の場合は直径も質量も小さいので、反動トルクが小さい分、傾いた状態を持ち直す時の電圧も低いですが、フライホイールが回転し続けている分、安定時の電圧はD=100[mm] の場合に比べ大

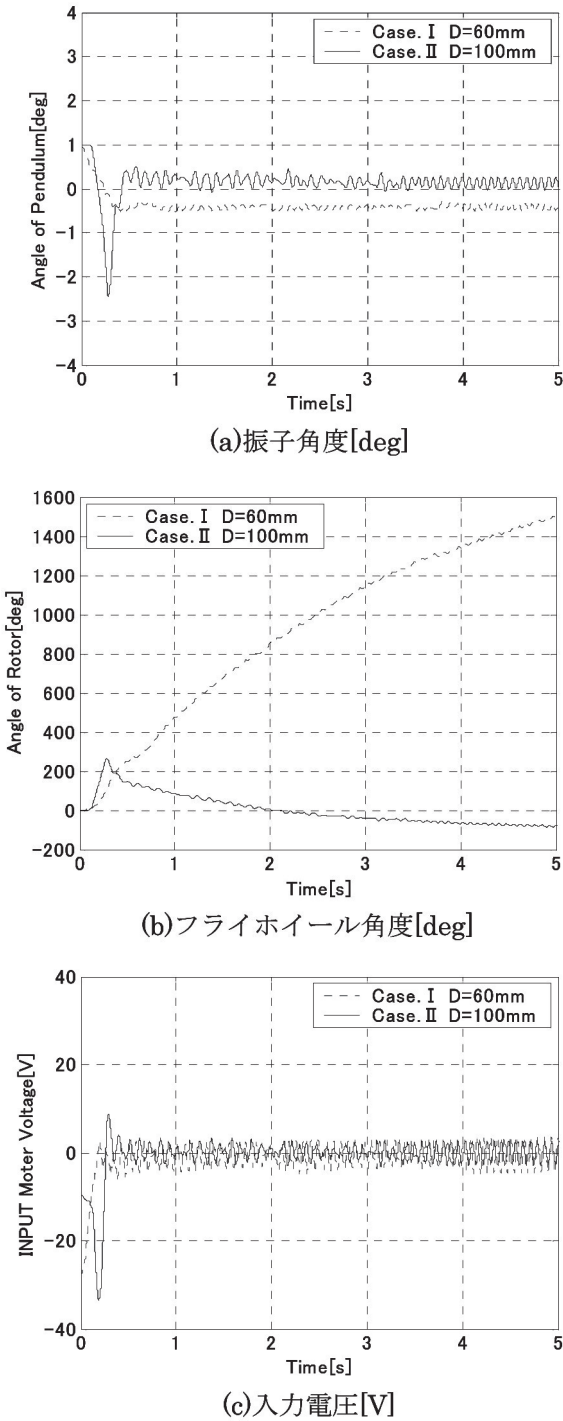


Fig. 7 D=60[mm]とD=100[mm]におけるフライホイールの過度応答

きいことがわかった。一方、D=100[mm]では、直径が大きくフライホイールが重い分、反動トルクが大きく、傾いた状態から戻るときの電圧は大きいですが、その後、倒立した状態での電圧はD=60[mm]の場合よりも小さく制御できた。結論として、D=100[mm]のフライホイールは、少ないエネルギーで振子の倒立状態を維持できることがわかった。

7. 結言

本研究では、フライホイール型の慣性ロータを用いた倒立振子の安定化制御において、フライホイール付き振子が、鉛直に倒立状態に保持させることを目指した。制御系の設計には、現代制御理論の1つである最適レギュレータを用いた。その結果、コントローラとしての最適レギュレータは、フライホイール型倒立振子の安定化制御に有効であった。また、振子の倒立状態を比較、検討するために、フライホイールの直径がD=60[mm]、D=100[mm]の2種類についての実験を行った。さらに最適レギュレータ制御における、操作量に関する重みQおよび制御量に関する重みRを、試行錯誤的に調整して、制御性能にどのように影響するか比較、検討を行った。その結果、どちらのフライホイールについても、R=100として、重み関数Qの中の振り角度、振り角速度にかかる重みの値を大きくすることによって、良い応答が得られることがわかった。そして、その中で最も良い応答を示した重みの値はそれぞれ、D=60[mm]では、 $Q=diag[1 \times 10^4 \ 5 \ 1 \times 10^4 \ 5]$ とした場合であり、一方、D=100[mm]では、 $Q=diag[1 \times 10^3 \ 5 \ 1 \times 10^5 \ 5]$ とした場合であった。また、D=60[mm]よりも、質量および直径の大きいD=100[mm]のフライホイールを使用した方が、反動トルクが大きいため、D=60[mm]の場合よりも大きく傾けた状態から倒立状態を達成できた。鉛直真上状態に安定した状態では、少ないモータ入力エネルギーで、安定性した振子の制御ができることが確かめられた。

参考文献

- 1) 小林, 井村, 吉川, 1つの非駆動関節を持つ平面劣駆動マニピュレータの可制御性, 日本ロボット学会誌 Vol. 17 No. 8, pp.1167~1172, 1999
- 2) 藪野, 後藤, 青島, 分岐現象を利用した劣駆動マニピュレータの制御, 日本機械学会誌 Dynamics and Design Conference 2002 CD-ROM 論文集, 2002
- 3) 藤木, 神崎, 松田, 慣性ロータを用いた振子の振り上げ動作と倒立制御, 日本機械学会論文集 (C編) 68巻667号, pp.98-104, 2002
- 4) 木田, フィードバック制御の基礎, 培風館, 2003
- 5) 天野, MATLAB/Simulinkによるやさしいシステム工学, 森北出版, 2008
- 6) Quanser inc. <http://www.quanser.com/>