

# 電磁気学の基本的な考え方

生産システム工学専攻\* 1年 前期 電気磁気学特論  
2015年5月19日(火)

## 概要

今回から、いよいよ本格的な電磁気学の講義を始める。それに先立ち、電磁気学とは一体どのような学問なのか、それをレビューする。電磁気学において最も基本的なクーロンの法則について説明し、電磁気的作用についての一例を示す。最終的に、電磁力がどのように伝わるのかを考察し、場の考え方を簡単に説明する。

## 1 講義内容概略

今回からいよいよ電磁気学という学問を本格的に学ぶ事になる。前回までの講義では、この電磁気学を理解する上で必要不可欠な、ベクトル解析について復習してきた。恐らく、今後の講義が進むにつれ、ベクトル解析の重要性が実感できるのではないかと思う。今日以降の講義でも、決して数式の数学的な取り扱いにばかり捕われるのではなく、常に物理現象のイメージを頭、あるいは紙面に描写し、現象の理解に興味を持ってもらいたい。

この講義では、電磁気学のスタートとして、電磁気学の基本的な考え方を示す。具体的に、以下の理解を目標とする。

- 電磁気的な力は非常に強く、物質形成に大きく関与している。
- クーロンの法則
- 近接作用と遠隔作用（場の概念）

特に、近接作用の考え方は物理学において極め重要な概念である。遠隔作用の考え方は、超能力的なものであり、近代物理学においては考えられないものである。

---

\*独立行政法人 国立高等専門学校機構 秋田工業高等専門学校 専攻科

## 2 電磁気的な現象

### 2.1 自然界の4つの力

我々が生きているこの自然界には、非常に多くの種類の力が存在すると想像するだろう。しかし、実は以下に示す4つの力しか発見されていないのである。この他の自然界の力を発見できたら、それはノーベル賞どころか、今までの物理の考え方を改めなくてはならないだろう。

**弱い力** 原子核のベータ崩壊などの原因となる(粒子の種類を変えることの出来る)力。日常は経験することのない力だが、ミクロの世界では重要な役割を果たす。作用を及ぼす距離は、大体  $10^{-18}$ [m] である。

**強い力** クォークを結び付け、陽子(p)や中性子(n)を作り、またそれらから原子核を作る力。作用を及ぼす距離は、大体  $10^{-15}$ [m] である。

**重力** 質量がある物質の間に働く引力。いわゆる万有引力。作用を及ぼす距離は無限大と考えられている。

**電磁力** 電気を帯びた粒子にはたらく力。電子と原子核を結び付け原子を作る力、原子同士を結び付け分子を作る力は、電磁気力である。作用を及ぼす距離は無限大と考えられている。

これから学ぶ電磁気学では、このたった4つしかない力の内の1つを学ぶ事になる。弱い力と強い力は、原子レベルの非常に短い距離しか作用を及ぼさないで、日常生活では全く無視できる。一方、重力と電磁力は、非常に遠方まで作用を及ぼし、日常感じることが出来る。後で示すが、電磁力は重力に比べてとてつもなく大きい。

### 2.2 電磁気力が関係する現象

ここではちょっと気楽に、以下について考察してみたい。これを考えることで、日常、経験することの大部分は電磁気力が関係することがわかるだろう。

- 日常生活で感じる力は、どんなものがあるか?
- それが、先に示した力とどのように関わっているか?
- 力以外で、電磁気的な事柄が関わることはどんなものがあるか?
- 日常生活で、電磁気的な事柄が関わらないことはどんなことがあるか?

### 3 電磁気学の基本法則

古典物理学の2つの柱は、ニュートン力学と電磁気学である。いずれもベクトルをつかった微分方程式が書かれることが多い。物体の運動を表すニュートンの運動方程式が一番身近な例で、

$$\mathbf{F} = m \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} \quad (1)$$

である。物体の運動を理解したい場合は、これを積分する。これに対して、電磁気学の法則は、

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \mathbf{D} &= \rho & \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0 \\ \nabla \times \mathbf{H} - \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} &= \mathbf{j} & \nabla \times \mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} &= 0 \end{aligned} \quad (2)$$

と書かれる4組の微分方程式である。これをマクスウェルの方程式という。この式中での各記号が示す物理量は、表1に示すとおりである。電磁気学は力学のようにこの微分方程式ありきで話を進めることはしない。いきなり4つの微分方程式を使いこなすのは難しいし、まずはきちんと電磁気的な現象のイメージを掴むことが大事である。なので、講義の流れでは実験事実から話をスタートし、それを数式を使って表現することでマクスウェル方程式に辿り着く手順をとる。

表 1: 各記号の意味

記号	物理量	単位	スカラー/ベクトル
$\mathbf{D}$	電束密度	[C/m <sup>2</sup> ]	ベクトル
$\mathbf{B}$	磁束密度	[T] あるいは [Wb/m <sup>2</sup> ]	ベクトル
$\mathbf{H}$	磁場(の強さ)	[A/m]	ベクトル
$\mathbf{E}$	電場(の強さ)	[V/m]	ベクトル
$\rho$	電荷密度	[C/m <sup>3</sup> ]	スカラー
$\mathbf{j}$	電流密度	[A/m <sup>2</sup> ]	ベクトル

力学では、基本方程式が与えられてから、それを問題に適用することを学習する。それに対して、電磁気学では、最後の方で基本方程式を導くことになる。力学の基本方程式は、直感的にある程度理解できるので、最初に基本法則を教えることが可能である。一方、不幸なことに、電磁気学の基本式(2)は複雑で、直感的に理解することは不可能である。そのため、基本式にたどり着く前に、いろいろと修行する方法がとられる。

話は変わるが、電気回路のもっとも基本的な法則であるオームの法則やキルヒホッフの法則もこのマクスウェルの方程式から、ある近似をして導くことができる。電気回路といえども電磁気的な現象なので、マクスウェルの方程式から計算できるのである。ただ、計

算が大変なので、近似であるオームの法則を使う。通常であれば、それで十分な精度を得ることができる。流体力学でも、似たような話がある。分子の衝突の計算をしないで、流体の方程式を計算するのとちょうど同じである。

## 4 クーロンの法則

### 4.1 クーロン力とその大きさ

ここでは、まずクーロンの法則から話を始めよう。クーロンの法則とは、図1に示す体系を考えると、電荷間に働く力は以下のように表現される<sup>1</sup>。

$$\mathbf{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|^2} \frac{(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1)}{|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|} \quad (3)$$

ここで、 $\mathbf{F}_{12}$  は電荷量  $Q_1$  の物体が電荷量  $Q_2$  の物体に及ぼす力 (単位は [N])、 $|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|$  は電荷間の距離 (単位は [m]) である。 $Q_1$  と  $Q_2$  の単位はそれぞれ [C] である。そして、 $4\pi\epsilon_0$  は比例定数で、 $4\pi$  がつくのはマクスウェル方程式で  $4\pi$  が出ないようにするためにあるだけである。 $\epsilon_0$  は、真空中の誘電率で  $8.85418782[\text{F/m}]$  である。力の方向は、電荷の積が負の場合は引力、正の場合は斥力となる。ここで、教科書 [1] では、式 (3) をスカラーで記述しているが、ここではベクトルを使って書く事にする。

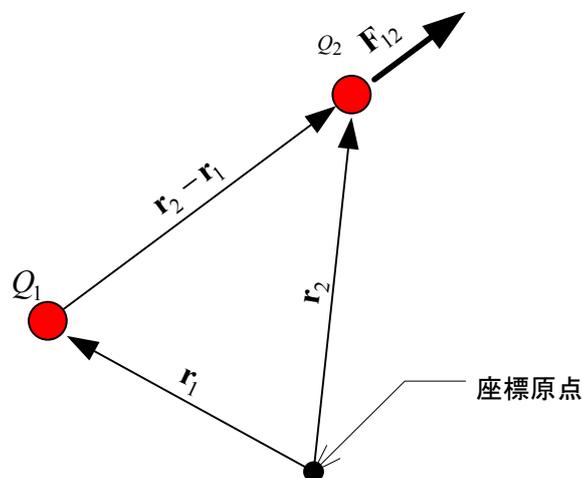


図 1: クーロンの法則

このクーロンの法則の物理的意味を考えてみよう。それは、式 (3) を見ると、

- 2つの電荷の間に働く力の大きさは、電荷の積に比例し、距離の2乗に反比例する。
- 力の方向は、ふたつの電荷を結ぶ直線上にある。電荷の積が負の場合引力で、正の場合斥力となる。

<sup>1</sup>この式が万有引力の法則 ( $F = GMm/r^2$ ) とよく似ていることに注目して欲しい！

である。この2つの重要な意味を、式から読み取れるようになってもらいたい。

ここで、最初に登場した自然界の力の1つである、重力とこのクーロン力の力の大きさを比較してみよう。2つの電子間に働く力の比は、

$$\begin{aligned}\frac{F_e}{F_g} &= \frac{\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{R^2}}{G \frac{m_e^2}{R^2}} \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0 G} \left( \frac{e}{m_e} \right)^2 \\ &= \frac{1}{4 \times 3.1415 \times 8.85 \times 10^{-12} \times 6.67 \times 10^{-11}} \left( \frac{1.60 \times 10^{-19}}{9.11 \times 10^{-31}} \right)^2 \\ &= 4.1 \times 10^{42}\end{aligned}\tag{4}$$

となり、電氣的なクーロン力の方が $10^{42}$ 倍も大きいのである。このことについて、ファインマンは、次のように述べている [2]。

全ての物質は正の陽子と負の電子との混合体で、この強い力で引き合い反発しあっている。しかしバランスは非常に完全に保たれているので、あなたが他の人の近くに立っても力を感じることは全くない。ほんのちょっとでもバランスの狂いがあれば、すぐに分かるはずである。人体の中の電子が陽子より**1パーセント**多いとすると、あなたがある人から腕の長さのところに立つとき、信じられない位強い力で反発するはずである。どの位の強さだろう。エンパイア・ステート・ビルを持ち上げるくらいだろうか。エベレストを持ち上げるくらいだろうか。それどころではない。反発力は地球全体の重さを持ち上げるくらい強い。

この非常に強い力により、物質全体は中性になる。そうでないと、物質はバラバラになってしまう。また、物質を電子や原子のオーダーで見ると、電荷の偏りがあり、そこではこのクーロン力が働く。この強い力により、原子が集合して、固い物質が形作られるのである。

そうすると、電子が原子核に落ち込んでしまうのではないか—という疑問が湧く。実際にはそのようなことは起きていない。この現象は不確定性原理から説明がつく。仮りに、電子が原子核に衝突するくらい狭いところに近づいたとする。そうすると、位置が正確に分かるので、運動量の不確定性が増す。したがって、電子はとても大きな運動量を持つことになる。すると、遠心力が大きくなり、原子核から離れようとする。近づこうとすると大きな運動量を持つことになり、遠心力が働き近づけなくなるのである。

大きなクーロン力により、原子核がバラバラにならないのか—という疑問も湧く。例えばウラン235の原子核は、92個の陽子と143個の中性子からできている。その半径は、大体 $7 \times 10^{-15}$ [m]である。この狭い中に、正の電荷をもつ92個の陽子が、クーロン力に抗して押し込められているのである。クーロン力によりバラバラにならない理由は、強い力が作用しているためである。この強い力により、原子核ができあがっている。

最初に述べたように、強い力の範囲は  $10^{-15}$ [m] 程度である。したがって、ウランより大きな原子核を作ることは難しくなる。そのため、ウランより大きな原子番号をもつ元素は自然では、存在しない。

ほとんどの元素の原子核では、クーロン力よりも強い力の方が圧倒的に大きい。そのため、原子核は極めて安定となる。一方、ウラン 235 の場合、両者の力の大きさの差は小さく、強い力の方がちょっとだけ大きい。そのため、他の物質に比べるとウラン 235 の原子核は不安定となる。ちょっと刺激を与えると、原子核はバラバラになってしまう。原子核に中性子をぶつけることにより、刺激を与えることができる。ウラン 235 原子核に中性子をぶつけるのが原子爆弾であり、原子力発電である。バラバラになった原子核は、クーロン力により、とても高速に加速される。そのため、大きなエネルギーを持ち、最終的には熱に変わるのである。原子力といえども、そのエネルギーの源は電磁気力である。

## 4.2 作用・反作用の法則

自然界の力は、必ず作用・反作用の法則

- 物体 B が物体 A から力  $F_{AB}$  受けるとする。すると、物体 A も物体 B から力を受け、その力  $F_{BA}$  は  $F_{AB}$  と大きさは同じで反対方向を向いている。さらに、両者の力はお互いに一直線上にある。

が成り立っている。これが成立しないと、エネルギー保存側—正確には運動量保存則と角運動量保存則—が破れることになり、永久機関ができてしまう。

クーロンの法則も、この作用・反作用の法則が成り立っていることを確認しよう。電荷量  $Q_1$  の物体が電荷量  $Q_2$  の物体に及ぼす力  $F_{12}$  は、式 (3) のとおりである。逆に、電荷量  $Q_2$  の物体が電荷量  $Q_1$  の物体に及ぼす力  $F_{21}$  はどうなっているだろうか？  $Q_2$  の物体についてもクーロンの法則が成り立つはずであるから、この力を求めるためには式 (3) の添え字の 1 と 2 を入れ替えればよい。

$$F_{21} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_2 Q_1}{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|^2} \frac{(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)}{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|} \quad (5)$$

式 (3) と式 (5) を比べると、

$$F_{21} = -F_{12} \quad (6)$$

の関係があることが分かる。この式は、2つの電荷に働く力の大きさが等しく、向きが反対であると言っている。そして、これらの力は一直線上にある。これは、作用・反作用の法則と呼ばれるものである。クーロンの法則も作用・反作用の法則が成り立っている。

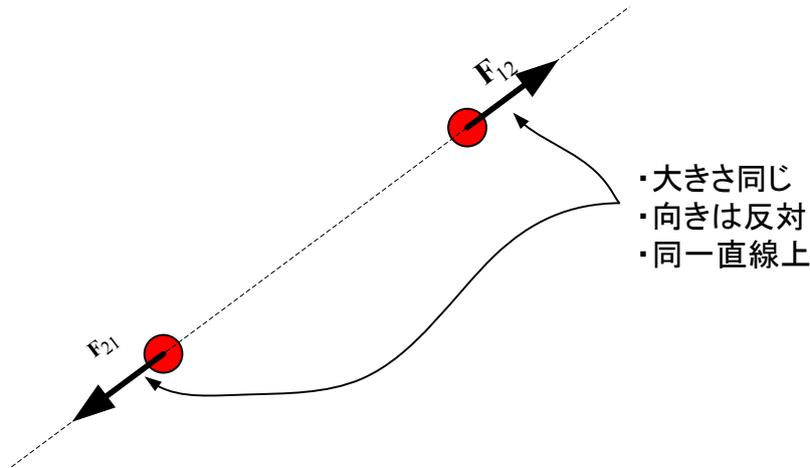


図 2: 作用・反作用の法則

## 5 場の考え方 (力の伝わり方)

### 5.1 遠隔作用と近接作用の考え方

これまで学んだニュートン力学では、万有引力は力を伝える媒質など存在しないという、遠隔作用の力であった。これはつまり、力は物体との空間を“伝搬”しているのではなく、何も介せず物体へ直接に作用しているという考えである。そんな事は本当にあり得るだろうか？

そこで、ファラデーは次のように考えた。

図 1 の電荷  $Q_1$  が直接  $Q_2$  に作用するのではない。まず  $Q_1$  は、その近くの空間の物理的な状態を変化させ、それ変化が次々と伝わり、 $Q_2$  に達した時点で、それに影響を及ぼす。 $Q_1$  は空間(場)に作用を及ぼし、 $Q_2$  は空間から作用を及ぼされるのである。

これは、明らかに遠隔作用ではなく、近接作用と呼ばれる。何もない空間そのものが、力を伝搬する物理的性質を持っていると考えるのである。これが場の考え方なのである。

観測される結果が遠隔作用と同じであれば、ただの言い換えに過ぎない。遠隔作用と近接作用の決定的に異なることがある。それは、作用が伝わる時間である。遠隔作用では瞬時に影響が伝わるが、近接作用では有限の時間が必要である。観測の結果、影響が伝わる速度は、光速度と同じである。

電荷を急激に変化させて、その影響が有限の時間で伝わることが分かっている。電波などがその例で、人類はそれを利用しているのである。同じように質点を急激に変化させるとその波(重力波)が観測されると理論的に考えられている。しかし、前にも述べたとおり、重力は非常に小さいのでその観測は大変難しく、まだ重力波のはっきりした証拠は見つかっていない。

## 6 演習問題

[練習 1] 質量  $m$ [kg], 電荷  $Q$ [C] の小球 2 個をそれぞれ長さ  $l$ [m] の絶縁糸で同一点から吊したとき, 糸が角度  $\theta$  だけ傾いたとすれば, 次の関係のあることを示しなさい.

$$16\pi\epsilon_0 mg\ell^2 \sin^3 \theta = Q^2 \cos \theta$$

## 7 次回演習問題

[練習 1] 電荷が線密度  $\lambda$  [C/m] で線状に分布している. 電荷分布は直線上で無限に長く, その直径は無視できるとする. 電場を求めなさい.

[練習 2] 電荷が密度  $\rho$  [C/m<sup>3</sup>] で半径  $a$  の円柱状に分布している. 円柱は無限に長いとして, その内外での電場を求め, その結果をグラフで示しなさい.

[練習 3] 電荷が密度  $\sigma$  [C/m<sup>2</sup>] で無限に広い平面上 (平らな平面) に分布している. そのときの電場を求め, その結果をグラフで示しなさい.

## 参考文献

- [1] 砂川重信, “電磁気学の考え方” 岩波書店, 2001
- [2] Richard P. Feynman, “ファインマン物理学 3 電磁気学” 岩波書店, 2003
- [3] J. D. Jackson, “Classical Electrodynamics second edition” John Willey and Sons, 1975
- [4] 長岡洋介, 丹慶勝市, “例解 電磁気学演習” 岩波書店 1999