

# 電位差と電位 2

電気情報工学科\* 3年 基礎電気磁気学

2015年6月9日(火)

第9回

## 概要

導体における電荷の現象である静電誘導について説明する。

## 1 今日のポイント

電磁気学で重要な概念となる場の考え方について学ぶ。

以下が今日理解すべき重要なポイントである。

- 一般的な電場中における電荷に作用する仕事が計算できる。
- 任意の点と無限遠方（電場がゼロ）との電位差を電位と呼ぶことが理解できる。
- 複数の電荷存在する場合、重ね合わせの原理を用いて電位を計算することができる。

## 2 一般的な電場分布において電荷に作用する仕事

前回の講義では、電場分布が均一（左から右に一様に分布）な空間に電荷を置いた場合の仕事量を計算し、位置エネルギー（ポテンシャル）の変化量を求めて電位差を導いた。ここではより一般的な電場分布（現実には複雑できれいな電場分布は稀である）に電荷を置いた場合の仕事量を計算してみることにする。

図1のような体系を考え、電荷  $Q$  が作る電場から点  $A$  から  $B$  までの任意の経路  $c$  での電位差を求めてみる。

経路  $c$  上にある任意の点  $p$  における微小な長さ  $ds$  での電位差  $dV$  を考えると、以下のよう

$$dV = -E_r \cos \theta \cdot ds = -E_s ds \quad (1)$$

---

\*独立行政法人 国立高等専門学校機構 秋田工業高等専門学校

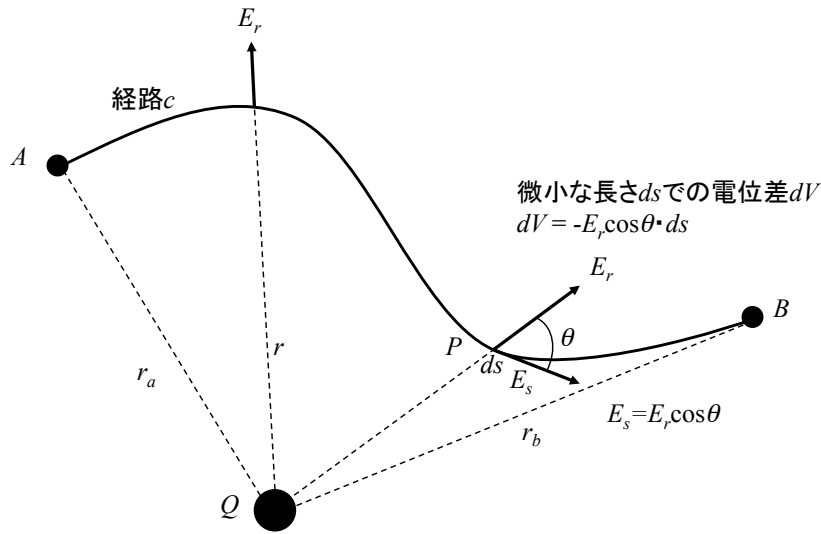


図 1: 経路  $c$  における電場と電位差

ここでマイナスがついているのは、正の電荷を電場による力に逆らって移動させるために要する仕事を正とするためである。A から B まで移動させるのに必要な仕事は、これを経路  $c$  にそって足して行けば良い。  $ds$  が微小な長さで連続に A から B まで続き、そこでの電場も連続であるから、微小な長さでの電位差を積分すれば良いことになる。従って電位差  $V_{BA}$  は、

$$V_{BA} = \int_c dV \quad (2)$$

$$= - \int_c E_s ds = \int_A^B E_s ds \quad (3)$$

となる。ここで出て来た積分は、微小な長さ  $ds$  を経路  $c$  に沿って積分することを意味しており、**線積分**と呼ばれている。

次に、具体的に図 1 における A 点と B 点での電場から 2 点での電位差を計算してみよう。電荷  $Q$  から距離  $r$  だけ離れた経路  $c$  上の点における電場  $E_r^1$  は、以下のようなになる。

$$E_r = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad (4)$$

$ds \cos \theta = dr$  であるから、  $V_{BA}$  は以下のようなになる。

$$V_{BA} = - \int_A^B E_s ds = - \int_A^B E_r \cos \theta ds \quad (5)$$

$$= - \int_{r_a}^{r_b} E_r dr = - \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \int_{r_a}^{r_b} \frac{1}{r^2} dr \quad (6)$$

$$= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{r_b} - \frac{1}{r_a} \right) \quad (7)$$

<sup>1</sup>電荷  $Q$  と経路  $c$  上の点を結ぶ一直線上の電場

これとは逆に、 $V_{AB}$  は

$$V_{AB} = -V_{BA} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_b} \right) \quad (8)$$

となる。

この結果を見ると、2点間の電位差は途中の経路に寄らず、2点の位置によって決定されることが分かる。

## 2.1 電位（無限遠方との電位差）

電位差とは、ある2点間でのポテンシャルエネルギーの差であり相対的なものである。ポテンシャルエネルギーがゼロである基準となる点を決め、その基準となる点との電位差を考えると絶対的なものを考えることができる。電荷が存在する点から十分に離れた無限遠方では電場がゼロであると考えられるので、これを基準とする。すると、点Aと無限遠方との電位差 $V_A$ は以下のようになる。

$$V_A = - \int_{\infty}^{r_a} E_s ds = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r_a} \quad (9)$$

同様に点Bと無限遠方との電位差 $V_B$ は、

$$V_B = - \int_{\infty}^{r_b} E_s ds = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r_b} \quad (10)$$

となる。電場がゼロとなる基準を無限遠方とし、この基準との電位差を考えたものを**電位**と呼ぶ。実際には、地球における電場をゼロとして、地球との電位差を電位としている。

## 2.2 閉回路での電位差

次に、線積分を閉じた経路（始点と終点と同じ点）の場合を考える。この時、線積分の結果得られる電位差はゼロとなる。これは、電荷を電場中の閉じた曲線に沿って一周した時に必要な仕事は、ゼロであることを言っている。つまり、電子回路を作成したときに、回路を一周した際は必ず電位が戻っていることを意味している。

## 2.3 複数の電荷が存在する場合の電位

複数の電荷が空間に存在し、複雑な電場分布になっている場合は、一つ一つの電荷が作る電場を考え、一つ一つを重ね合わせればよい。電位を求めたいときも同様である。

## 参考文献

- [1] 安達三郎, 大貫繁雄 基礎電気・電子工学シリーズ1”電気磁気学” 森北出版株式会社
- [2] 山田直平, 桂井誠 ”電気磁気学問題演習詳解” 電気学会大学講座 電気学会