H19 年度　　3E 電子デバイス工学　講義資料

May 29, 2007

2-1-1　水素のエネルギー準位

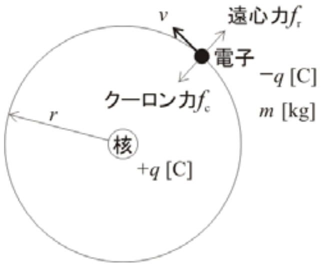


図 1　水素原子モデル

静止した核(+q)の半径 r の円軌道上を電子(-q)が周回しているとする。このとき、電子には核からのクーロン力 f_c と遠心力 f_r が働く。

$$\text{クーロン力：}\ f_c = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \qquad \text{遠心力：}\ f_r = \frac{mv^2}{r}$$

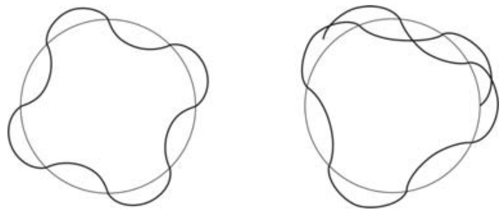
電子が円運動しているとき、二つの力は釣り合っているので、$f_c = f_r$ である。一方、量子化条件を考えると、運動量 $p = mv$ は一定であるので、円軌道に沿って積分すると、

$$\int_C p dx = mv\int_C dx = 2\pi rmv = nh$$

となる。これより、円周 $2\pi r$ は

$$2\pi r = \frac{h}{mv}n = \lambda n$$

と、λ(波長)の n(整数)倍となる。これは、電子を粒子としてだけではなく、波でもあると考えたとき、その電子の波が安定して存在できる条件となる(図 2(a)定常状態)。このことは、電子が二重性(粒子性と波動性)を持っていることを示している。もし、電子の波長が円周の整数倍になっていないと、円周上を回っているうちにだんだん波が打ち消されていくことになる(図 2(b))。



(a)　定常状態　　　　(b)　非定常状態

図 2　電子の波動性

量子化条件の式から電子の速度 v は、

$$v = \frac{nh}{2\pi rm}$$

これを、力の釣り合いの式に代入し、半径 r を求めると

$$r = \frac{\varepsilon_0 h^2 n^2}{\pi m q^2} = n^2 \times 0.529 \times 10^{-10} \ \text{[m]} \qquad \cdots(2.5)$$

となる。n は整数であるので、電子の周回半径 r はとびとび(不連続)な値になることが分かる。

電子の持つエネルギーについて考えると、電子の位置エネルギー(静電エネルギー)U は

$$U = -\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 r} \qquad \cdots(2.6)$$

ただし、電子が無限遠にあるときエネルギーをゼロとする。また、電子の運動エネルギー E_k は

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{q^2}{8\pi\varepsilon_0 r}$$

よって、全エネルギー E は

$$E = U + E_k = -\frac{q^2}{8\pi\varepsilon_0 r} \qquad \cdots(2.8)$$

となる。(2.5)式を代入すると、各軌道上の電子のエネルギー E_n は

$$E_n = -\frac{mq^4}{8\varepsilon_0^2 h^2 n^2} \qquad \left(\propto \frac{1}{n^2}\right)$$

と求められる。ここでも、n は整数であるので、電子のエネルギーはとびとび(不連続)な値になる。この電子が取り得るエネルギー値を「**エネルギー準位 energy level**」という。一番低いエネルギー準位は $n = 1$ のときで

$$E_1 = -\frac{mq^4}{8\varepsilon_0^2 h^2} \cong -13.58 \ \text{[eV]}$$

である。この準位は「**基底準位 ground state**」といい、一番安定した準位である。