

4-6-2 拡散方程式

n 形半導体中の正孔の流れによる電流を Fig.1 に示す 1 次元モデルで考える。平衡状態における正孔密度を p_0 、正孔の寿命を τ_p とする。正孔の流れがない場合は(4.23)および(4.25)式より

$$\frac{dp}{dt} = -\frac{p - p_0}{\tau_p} \quad \dots \textcircled{1}$$

となる。正孔の流れがある場合、 x 点および $x+dx$ 点での電流密度をそれぞれ $J_p(x)$ 、 $J_p(x+dx)$ とすると

$$J_p(x+dx) \cong J_p(x) + \frac{dJ_p}{dx} dx \quad \dots \textcircled{2}$$

となる。単位時間に微小体積(単位断面積×幅 dx)に流れ込む正味の正味正孔密度は $-\frac{1}{q} \frac{dJ_p}{dx} dx$ (…③式)

であるので、単位体積分の $-\frac{1}{q} \frac{dJ_p}{dx}$ を考慮して①式は

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{p - p_0}{\tau_p} - \frac{1}{q} \frac{\partial J_p}{\partial x} \quad \dots \textcircled{4}$$

となる。キャリアが電子の場合も同様に

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -\frac{n - n_0}{\tau_n} + \frac{1}{q} \frac{\partial J_n}{\partial x} \quad \dots \textcircled{5}$$

となる。④、⑤式をキャリアの連続の方程式という。④式を(4.33)式を使って変形する。

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{p - p_0}{\tau_p} - \mu_p \frac{\partial(pE)}{\partial x} + D_p \frac{\partial^2 p}{\partial x^2}$$

拡散電流(右辺第 3 項)に比べてドリフト電流(右辺第 2 項)が無視できるときは

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{p - p_0}{\tau_p} + D_p \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} \quad \dots \textcircled{6}$$

となる。また、電子の場合も同様に

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -\frac{n - n_0}{\tau_n} + D_n \frac{\partial^2 n}{\partial x^2} \quad \dots \textcircled{7}$$

3 次元のモデルに拡張すると、⑥、⑦式は

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{p - p_0}{\tau_p} + D_p \nabla^2 p \quad \dots (4.44)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -\frac{n - n_0}{\tau_n} + D_n \nabla^2 n \quad \dots (4.43)$$

となる。ここで、 $\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right)$ はナブラ演算子、 $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ はラプラス演算子である。

(4.44)および(4.43)式は、**拡散方程式(diffusion equation)**といい、キャリアが拡散している時のキャリア密度分布を支配する方程式である。境界条件を適用して拡散方程式を解くことにより、キャリアの密度分布が求まる。これにより、電流密度を求めることができる。

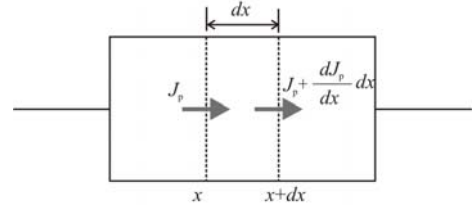


Fig.1 一次元モデル