4-2　キャリア濃度

・状態密度

状態密度(density of state) $N(E)$ とは、電子や正孔などのキャリアを収納する器の大きさを示すものをいう。エネルギー間隔 E〜$E+dE$ の間にある（単位体積あたりの）状態の数 $N(E)dE$ は次式で表される。

$$N(E)dE = \frac{4\pi}{h^3}\left(2m^*\right)^{3/2} E^{1/2} dE$$

この式の導出は煩雑であるためここでは省略する（中嶋堅志郎著「半導体工学」（オーム社）などを参照）。半導体では、伝導帯および価電子帯を考慮して次のように与えられる。

伝導帯底部　$$N(E)dE = \frac{4\pi}{h^3}\left(2m_e^*\right)^{3/2}\left(E - E_C\right)^{1/2} dE \qquad \cdots(4.6)$$

価電子帯頂部　$$N(E)dE = \frac{4\pi}{h^3}\left(2m_h^*\right)^{3/2}\left(E_V - E\right)^{1/2} dE \qquad \cdots(4.12)$$

エネルギーE と状態数 N（E）の関係は $N(E) \propto \sqrt{E}$ となるため、N を横軸、E を縦軸にグラフを描くと放物線を描くことがわかる。

・キャリア濃度(密度)

伝導帯の電子密度（または価電子帯の正孔密度）は状態密度 $N(E)$ と分布関数 $f(E)$ の積により決まる。エネルギー間隔 dE に存在する電子の密度 n は次式になる。

$$n = \int f(E)N(E)dE$$

状態密度 $N(E)$ と分布関数 $f(E)$ 、キャリア密度 $n(E)$、$p(E)$ の関係を図 1 に示す。すなわち、

状態密度 × 分布関数 = キャリア密度

となっており、状態密度の塗りつぶした範囲と分布関数の塗りつぶした範囲が重なっている面積がキャリア密度ということである（状態密度と分布関数の AND をとった部分）。

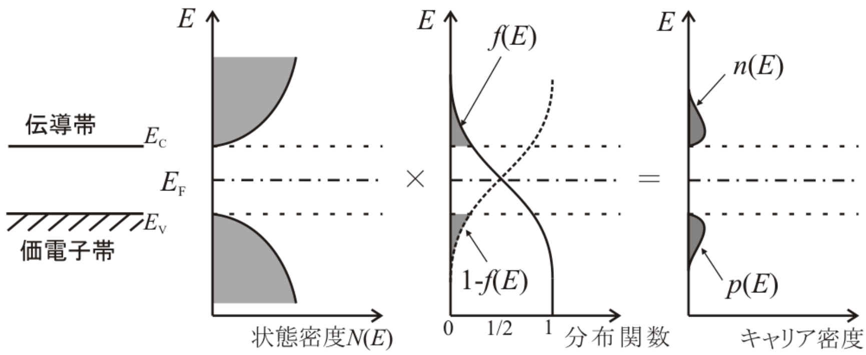

図 1　キャリア密度の算出

伝導帯内の電子密度

伝導帯内に存在する電子密度は、伝導帯下端 E_c から伝導帯上端 E_{ct} までを積分して求める。

$$n = \int_{Ec}^{Ect} f(E)N(E)dE$$

状態密度 $N(E)$（(4.6) 式）と分布関数 $f(E) \cong e^{-(E-E_F)/kT}$ を代入し、$E_{ct} \to \infty$ とすると（$E > E_{ct}$ で $f(E) \cong 0$ であるので）、

$$n \cong \frac{4\pi}{h^2}\left(2m_e^*\right)^{3/2} \int_{Ec}^{\infty} (E - E_c)^{1/2} e^{-(E-E_F)/kt} dE \qquad \cdots①$$

この積分範囲で n を求めると（※後述の「(4.8)式の導出を参照」）、

$$n = 2\left(\frac{2\pi m_e^* kT}{h^2}\right)^{3/2} e^{-(E_c - E_F)/kt} = N_c \cdot e^{-(E_c - E_F)/kt} \qquad \cdots(4.8)$$

よって、伝導電子密度は

$$n = N_c \cdot e^{-(E_c - E_F)/kt} = N_c \cdot f(E_c) \qquad \cdots(4.11)$$

と表される。ここで、N_c は**有効状態密度(effective density of state)**と呼ばれ、伝導帯中の電子が伝導帯下端 E_c にのみに存在しているとした時の状態密度と考える。

<u>正孔密度</u>

正孔密度 p は、電子と同様の計算より

$$p = N_V \cdot e^{-(E_F - E_V)/kt} = N_V \cdot \{1 - f(E_V)\} \qquad \cdots(4.14)$$

となる。ここで、N_V は価電子帯の有効状態密度である。電子密度 n と正孔密度 p の積 np は

np 積：　$$np = N_c N_V e^{-(E_c - E_V)/kt} = N_c N_V e^{-E_G/kt} \qquad \cdots(4.15)$$

E_G はエネルギーギャップである。

$$E_G = kT \ln \frac{N_C N_V}{np}$$

<u>(4.8)式の導出</u>

$x = (E - E_c)/kT$　とおくと、$E = E_c + kTx$　より、$dE = kTdx$、よって、①式は

$$n \cong 4\pi \left(\frac{2m_e^*}{h^2}\right)^{3/2} \int_0^\infty \sqrt{kTx} \cdot e^{-(E_c + kTx - E_F)/kt} kTdx$$

$$= 4\pi \left(\frac{2m_e^* kT}{h^2}\right)^{3/2} e^{-(E_c - E_F)/kt} \int_0^\infty \sqrt{x} \cdot e^{-x} dx$$

上式の積分部分を I とおいて(「無次元化」という)、$I = \int_0^\infty \sqrt{x} \cdot e^{-x} dx$ を計算する。$x = X^2$ とすると、$dx = 2XdX$ より

$$I = \int_0^\infty X e^{-X^2} 2XdX = 2\int_0^\infty X^2 e^{-X^2} dX$$

ここで、$\int_0^\infty e^{-X^2} dX$ を考えると

$$\int_0^\infty e^{-X^2} dX = \left[X e^{-X^2} \right]_0^\infty - \int_0^\infty X(-2X) e^{-X^2} dX = 2\int_0^\infty X^2 e^{-X^2} dX$$

となるので、I は

$$I = \int_0^\infty e^{-X^2} dX$$

$$I^2 = \int_0^\infty e^{-X^2} dX \int_0^\infty e^{-Y^2} dY = \int_0^\infty e^{-(X^2 + Y^2)} dXdY$$

ここで、極座標変換を行う。$(X, Y) \to (r, \theta)$

$$r^2 = X^2 + Y^2$$
$$dXdY = d\theta r dr$$

$$I^2 = \int_0^\infty r e^{-r^2} dr \int_0^{\pi/2} d\theta = \frac{\pi}{2} \int_0^\infty r e^{-r^2} dr = \frac{\pi}{2} \left[\frac{-1}{2} e^{-r^2} \right]_0^\infty = \frac{\pi}{4}$$

よって

$$I = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$$

n を表す式は

$$n = 4\pi \left(\frac{2m_e^* kT}{h^2}\right)^{3/2} e^{-(E_c - E_F)/kt} \frac{\sqrt{\pi}}{2}$$

$$= 2\left(\frac{2\pi m_e^* kT}{h^2}\right)^{3/2} e^{-(E_c - E_F)/kt} \qquad \cdots(4.8)$$