

5-4 連続の方程式

n 形半導体中の正孔の流れによる電流を Fig.1 に示す 1 次元モデルで考える。平衡状態における正孔密度を p_{n0} 、正孔の寿命を τ_h とする。正孔の流れがない場合（定常状態）は (5.9) 式より

$$\frac{dp_n}{dt} = -\frac{p_n - p_{n0}}{\tau_h} \quad \dots \textcircled{1}$$

となる。正孔の流れがある場合、Fig.1 に示すように x 点および $x+dx$ 点での電流密度をそれぞれ $J_p(x)$ 、 $J_p(x+dx)$ とすると

$$J_p(x+dx) \cong J_p(x) + \frac{dJ_p}{dx} dx \quad \dots \textcircled{2}$$

となる。単位時間に微小体積(単位断面積×幅 dx)に流れ込む正味の正孔密度は $-\frac{1}{q} \frac{dJ_p}{dx} dx$ ($\dots \textcircled{3}$ 式)

であるので、単位体積分の $-\frac{1}{q} \frac{dJ_p}{dx}$ を考慮して①式は

$$\frac{\partial p_n}{\partial t} = -\frac{p_n - p_{n0}}{\tau_h} - \frac{1}{q} \frac{\partial J_p}{\partial x} \quad \dots \textcircled{4}$$

となる（①式+正孔の流れ分）。ここで、一般化して正孔の発生 G_h を考慮すると

$$\frac{\partial p_n}{\partial t} = G_h - \frac{p_n - p_{n0}}{\tau_h} - \frac{1}{q} \frac{\partial J_p}{\partial x} \quad \dots (5.21)$$

となる。この式を「正孔の連続の方程式」という。

キャリアが電子（p 形半導体中の）の場合も同様に

$$\frac{\partial n_p}{\partial t} = G_e - \frac{n_p - n_{p0}}{\tau_e} + \frac{1}{q} \frac{\partial J_n}{\partial x} \quad \dots (5.22)$$

となる（この式を「電子の連続の方程式」という）。

正孔による電流密度の式は教科書 p.21(2.18) 式より

$$J_p = qp\mu_h E - qD_h \frac{dp}{dx} \quad \dots (2.18)$$

であるので、この式を(5.21) 式に代入して

$$\begin{aligned} \frac{\partial p_n}{\partial t} &= G_h - \frac{p_n - p_{n0}}{\tau_h} - \frac{1}{q} \frac{\partial}{\partial x} \left(qp_n \mu_h E - qD_h \frac{\partial p_n}{\partial x} \right) \\ &= G_h - \frac{p_n - p_{n0}}{\tau_h} - \mu_h \frac{\partial (p_n \cdot E)}{\partial x} + D_h \frac{\partial^2 p_n}{\partial x^2} \\ &= G_h - \frac{p_n - p_{n0}}{\tau_h} - \mu_h p_n \frac{\partial E}{\partial x} - \mu_h E \frac{\partial p_n}{\partial x} + D_h \frac{\partial^2 p_n}{\partial x^2} \end{aligned} \quad \dots (5.23)$$

となる。ここで、キャリアの発生を考えないとし（ $G_h = 0$ ）、拡散電流に比べてドリフト電流が小さいと考える（ $E \cong 0$ ）と

$$\frac{\partial p_n}{\partial t} = -\frac{p_n - p_{n0}}{\tau_h} + D_h \frac{\partial^2 p_n}{\partial x^2}$$

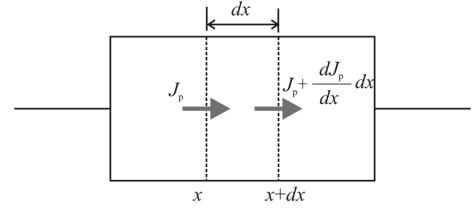


Fig.1 一次元モデル

となる。3次元に拡張して表現すると

$$\frac{\partial p_n}{\partial t} = -\frac{p_n - p_{n0}}{\tau_h} + D_h \nabla^2 p_n$$

電子の場合も同様に

$$\frac{\partial n_p}{\partial t} = -\frac{n_p - n_{p0}}{\tau_e} + D_e \nabla^2 n_p$$

ここで、 $\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right)$ はナブラ演算子、 $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ はラプラス演算子である。

上の二式は、**拡散方程式(diffusion equation)**といい、キャリアが拡散している時のキャリア密度分布を支配する方程式である。境界条件を適用して拡散方程式を解くことにより、キャリアの密度分布が求まる。これにより、電流密度を求めることができる。